

Duración: 90 minutos

Fecha: 25 de junio del 2026

-
- El examen consta de 4 problemas, cada uno con un valor de 5 puntos, sumando un total de 20 puntos.
 - Está estrictamente prohibido el uso de cartucheras, calculadoras, notas o cualquier otro tipo de material adicional. No se permite el préstamo de ningún material durante el examen.
 - Si considera que alguna pregunta está mal planteada o contiene errores, envíe su solución en formato `.mlx` al correo del curso, indicando claramente su sección, el número de la pregunta y el código ID de la pregunta. Que se acepte o no su corrección dependerá de la revisión final.
 - Todos los reclamos deberán hacerse rescatando su ID y llenando el formulario proporcionado en la tarea de Examen Laboratorio 02 de Canvas. El formulario deberá completarse dentro del tiempo indicado para poder ser considerado.
 - Justifique detalladamente cada uno de sus pasos y las decisiones tomadas en su código para llegar a la solución final.
 - El orden, la claridad y la organización en la presentación de su código y resultados son fundamentales. Si el trabajo no es claro o está desorganizado, su respuesta podría no ser evaluada.
 - El uso de cualquier herramienta que no sea MATLAB Grader o el entorno indicado para el examen resultará en la anulación inmediata de su evaluación.
 - Está prohibido el uso de comandos como `clc`, `clear all`, y otros similares, a menos que se indique explícitamente lo contrario en las instrucciones del examen.
 - No se aceptarán reclamos derivados de errores en la denominación de variables. Esto incluye errores como el uso incorrecto de mayúsculas o minúsculas, omitir letras en los nombres de variables, o confundir un vector fila con uno columna y viceversa. Es su responsabilidad asegurarse de que su código respete rigurosamente la sintaxis y los nombres indicados en el enunciado del problema.
 - Cualquier violación de estas normas será motivo de sanción según el reglamento académico.

Pregunta 1

En estudios ambientales, es común medir la concentración de contaminantes en ciertos puntos de un río. Sin embargo, por restricciones de tiempo y recursos, no siempre es posible tomar muestras en todos los puntos deseados. Para estimar valores intermedios, se pueden utilizar métodos de interpolación como los splines cúbicos naturales.

Suponga que se midió la concentración de nitratos C , en mg/L, a diferentes distancias x , en kilómetros, desde el nacimiento de un río:

Distancia x (km)	Concentración C (mg/L)
0	2.1
2	2.8
5	3.6
7	3.4
10	4.2
13	4.0
15	3.7

Realice lo siguiente:

- Defina los vectores $\mathbf{x}$ y $\mathbf{C}$ con los datos de la tabla.
- Invoque la función *splinenatural* para encontrar la matriz S , que almacena los coeficientes de los splines cúbicos naturales.
- Grafique la nube de puntos usando el comando **plot**.
- Complete el ciclo indicado para graficar los splines por tramos.
- Utilizando la matriz S , estime la concentración de nitratos en el kilómetro 6 y almacene el resultado en la variable **Cvalue**.
- Utilizando la matriz S , calcule la primera derivada del spline cúbico natural en el kilómetro 9 y almacene el resultado en la variable **CDerValue**.
- Halle la segunda derivada del spline cúbico natural en el kilómetro 15 y almacene el resultado en la variable **C2DerValue**.

Pregunta 2

En ingeniería hidráulica, el volumen total de agua descargado por un canal puede estimarse integrando el caudal medido durante un intervalo de tiempo. Debido a que las mediciones se toman en instantes discretos, se requiere aplicar métodos de integración numérica.

Suponga que se midió el caudal Q , en m^3/s , durante un periodo de 6 horas:

Tiempo t (h)	Caudal Q (m^3/s)
0	0.8
1	1.4
2	2.1
3	2.7
4	2.4
5	1.8
6	1.0

El volumen total descargado se calcula mediante:

$$V = \int_0^6 Q(t) dt$$

Tenga en cuenta que el tiempo está dado en horas y el caudal en m^3/s , por lo tanto, el resultado debe convertirse a segundos usando el factor 3600.

Realice lo siguiente:

- Defina los vectores $\mathbf{t}$ y $\mathbf{Q}$ con los datos de la tabla.
- Calcule el tamaño de paso almacénelo en la variable h .
- Aproxime el volumen descargado usando la regla del trapecio compuesta y almacene el resultado en la variable V_{trap} .
- Aproxime el volumen descargado usando la regla de Simpson 1/3 compuesta y almacene el resultado en la variable V_{simp} .

Pregunta 3

En un laboratorio se estudia el enfriamiento de un líquido caliente expuesto al ambiente. La temperatura del líquido $T(t)$, en grados Celsius, se modela mediante la ley de enfriamiento de Newton:

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - T_a)$$

donde:

$$k = 0.18, \quad T_a = 25$$

Aquí, T_a representa la temperatura ambiente y k es la constante de enfriamiento. La temperatura inicial del líquido es:

$$T(0) = 90$$

Se desea aproximar la temperatura del líquido en el intervalo: $0 \leq t \leq 10$

utilizando un tamaño de paso: $h = 1$

Realice lo siguiente:

- Defina la función anónima **f** que representa la ecuación diferencial.
- Defina los parámetros **k**, **Ta**, **h**, **t0**, **tf** y **T0**.
- Aplique la función **euler** vista en clase y almacene la matriz solución en la variable **TEuler**.
- Aplique la función **rk4** vista en clase y almacene la matriz solución en la variable **TRK4**.
- Halle la solución exacta usando **dsolve** y conviértala a función numérica usando **matlabFunction**. Almacene la función en **Texact_fu**.
- Evalúe la solución exacta en $t = 10$ y almacene el resultado en **TEexactFinal**.
- Almacene la temperatura aproximada en $t = 10$ usando Euler en la variable **TEulerFinal**.
- Almacene la temperatura aproximada en $t = 10$ usando RK4 en la variable **TRK4Final**.
- Calcule el error relativo porcentual de Euler respecto a la solución exacta y almacénelo en **errRelEuler**.
- Calcule el error relativo porcentual de RK4 respecto a la solución exacta y almacénelo en **errRelRK4**.

Pregunta 4

En un laboratorio de almacenamiento energético se estudia la degradación de la capacidad de una batería recargable después de varios ciclos de carga y descarga. La capacidad restante C , medida en porcentaje, se registra en función del número de ciclos x .

Los datos experimentales obtenidos son:

Ciclos x	Capacidad C (%)
0	100.0
50	96.2
100	92.7
150	89.1
200	85.9
250	82.6
300	79.8

Se desea ajustar un modelo exponencial de la forma:

$$C(x) = ae^{bx}$$

Para ello, se linealiza el modelo aplicando logaritmo natural:

$$\ln(C) = \ln(a) + bx$$

Realice lo siguiente:

- Defina los vectores $\mathbf{x}$ y $\mathbf{C}$ con los datos de la tabla.
- Linealice el modelo calculando $\mathbf{Y} = \log(\mathbf{C})$.
- Construya la matriz $\mathbf{A}$ del sistema normal para el ajuste lineal de $\mathbf{Y}$ en función de $\mathbf{x}$.
- Calcule el vector de coeficientes `coef` mediante mínimos cuadrados.
- Determine los parámetros $\mathbf{a}$ y $\mathbf{b}$ del modelo exponencial.
- Evalúe el modelo ajustado para $x = 180$ ciclos y almacene el resultado en `C180`.
- Calcule el vector de valores ajustados `Cajuste`.
- Calcule el coeficiente de determinación R^2 del ajuste exponencial y almacénelo en `R2`.