
Examen de Laboratorio 2

- El examen consta de 5 problemas, cada uno con un valor de 4 puntos, sumando un total de 20 puntos. La duración del examen será de 90 minutos.
- Está estrictamente prohibido el uso de cartucheras, calculadoras, notas o cualquier otro tipo de material adicional. No se permite el préstamo de ningún material durante el examen.
- No se responderán consultas durante el examen. Si considera que alguna pregunta está mal planteada o contiene errores, envíe su solución en formato `.mlx` al correo del curso, indicando claramente su sección, el número de la pregunta y el código ID de la pregunta en el formulario disponible en la tarea de canvas. Esta corrección deberá enviarse dentro del tiempo asignado para el examen, y será evaluada posteriormente. Que se acepte o no su corrección dependerá de la revisión final.
- Justifique detalladamente cada uno de sus pasos y las decisiones tomadas en su código para llegar a la solución final.
- El orden, la claridad y la organización en la presentación de su código y resultados son fundamentales. Si el trabajo no es claro o está desorganizado, su respuesta podría no ser evaluada.
- El uso de cualquier herramienta que no sea MATLAB Grader o el entorno indicado para el examen resultará en la anulación inmediata de su evaluación.
- Está prohibido el uso de comandos como `clc`, `clear all`, y otros similares, a menos que se indique explícitamente lo contrario en las instrucciones del examen.
- No se aceptarán reclamos derivados de errores en la denominación de variables. Esto incluye errores como el uso incorrecto de mayúsculas o minúsculas, omitir letras en los nombres de variables, o confundir un vector fila con uno columna y viceversa. Es su responsabilidad asegurarse de que su código respete rigurosamente la sintaxis y los nombres indicados en el enunciado del problema.
- Todos los reclamos deberán hacerse rescatando su ID y llenando el formulario proporcionado en la tarea de Examen Laboratorio 2 de Canvas. El formulario deberá completarse dentro del tiempo indicado para poder ser considerado.
- Cualquier violación de estas normas será motivo de sanción según el reglamento académico.

Pregunta 1 - Deflexión de una viga (Spline cúbico)

Resumen del elemento

Descripción

Una viga se somete a una carga lateral y su deflexión (y) se mide en varios puntos a lo largo de su eje longitudinal (x). El objetivo es utilizar la técnica de interpolación por spline cúbico natural para obtener una curva continua que represente la deflexión de la viga y estimar la deflexión en un punto intermedio no medido.

Descripción

Se busca un conjunto de polinomios cúbicos $S_i(x)$ que interpolen los datos (x_i, y_i) y cumplan con las condiciones de continuidad de la primera y segunda derivada en los nodos internos, además de las condiciones de spline cúbico natural (segunda derivada cero en los extremos): $S_1''(x_0) = 0$ y $S_{n-1}''(x_n) = 0$

Parámetros numéricos (Datos de deflexión):

Los datos medidos de posición (x , en metros) y deflexión (y , en centímetros) se dan en la siguiente tabla:

i	Posición (x) [m]	Deflexión (y) [cm]
1	0.0	0.00
2	1.0	0.25
3	2.5	0.50
4	3.5	0.35
5	4.0	0.00

Realice lo indicado:

- Invoque a la función **splinenatural** definida en la parte inferior de la plantilla a fin de encontrar la matriz S que almacena los coeficientes de los splines cúbicos naturales para los datos de deflexión de la viga. Determine la suma de los coeficientes del polinomio cúbico $S_1(x) = a_1(x-1)^3 + b_1(x-1)^2 + c_1(x-1) + d_1$, $x \in [1, 2.5]$ y almacene el resultado en la variable **SumaS1**.
- Grafique la **nube de puntos (Posición x vs. Deflexión y)** usando el comando **plot** a fin de ver la dispersión de los datos medidos.
- Utilizando la función **splinenatural**, evalúe la **Deflexión y** en la **Posición $x = 1.8$ m** y asigne el valor a la variable **Yvalue**. (Este valor corresponde a **xvalue** en las salidas estándar).
- Utilizando la función **splinenatural**, encuentre la **primera derivada** del spline cúbico natural en la **Posición $x = 3.0$ m** (Pendiente de la deflexión) y asigne el valor a la variable **YDerValue**.
- Halle la **segunda derivada** del spline cúbico natural en la **Posición $x = 4.0$ m** (Curvatura de la deflexión) y asigne el valor a la variable **Y2DerValue**.

Pregunta 2 - Deformación de una Viga de Concreto (Ajuste de Curva)

Resumen del elemento

Descripción

El análisis de la deformación (flecha) de una viga de concreto presforzado es crucial para garantizar la integridad estructural a largo plazo. Se han tomado mediciones de la **deformación vertical** (D) en milímetros, en función de la **carga aplicada** (C) en kilonewtons (kN). Estos métodos de aproximación permiten estimar la deformación en puntos de carga no observados directamente, lo cual es fundamental para el diseño estructural.

Supongamos que tenemos las siguientes observaciones de deformación (D) en función de la carga (C):

Tabla 1: Observaciones de Deformación en función de la Carga

Carga (C) [kN]	Deformación (D) [mm]
0	18
1	19
3	21
5	23
7	22
9	20
10	18

Realice lo indicado:

- a) **Ajuste Lineal (Modelo Elástico Inicial):** Realice un **ajuste lineal** de los datos de deformación (D) en función de la carga (C), asumiendo un comportamiento elástico inicial. Grafique los datos originales y la línea de ajuste (visualización de la relación carga-deformación).
- b) Use el polinomio de ajuste lineal para **predecir la deformación para una carga de 6 kN**, y asigne dicho valor a la variable **Deformacion6kN**.
- c) Calcule el **coeficiente de determinación** (R^2) para evaluar la calidad del ajuste lineal y asigne el valor a la variable **Rcuadrado_Lineal**.
- d) **Ajuste Exponencial (Modelo de Fatiga/Fluencia):** Realice un **ajuste exponencial** de los datos de deformación utilizando el modelo $D = Ae^{BC}$. Este modelo podría describir la fluencia (creep) o la fatiga del material bajo carga sostenida. Calcule los parámetros A y B del ajuste. Calcule la suma de los parámetros A y B y asigne el resultado a la variable **SumaAB_Exp**.

Pregunta 3 - Cálculo de la Carga de Suelo (Integración Numérica)

Resumen del elemento

El cálculo de la carga axial total soportada por una columna es fundamental para el diseño de cimentaciones profundas. Esta carga se determina integrando la **presión vertical** (esfuerzo, σ) del suelo a lo largo del área transversal de la columna. Utilizaremos el **método de Simpson compuesto** para estimar esta carga, dados los valores de presión a diferentes profundidades.

Supongamos que las presiones verticales (σ) medidas a diferentes profundidades (z) son dadas por la siguiente tabla:

Tabla: Profundidad vs Presión Vertical

z : Profundidad (m)	σ : Presión Vertical (kN/m ²)
0	1000
2	1200
4	1800
6	2400
8	3000
10	4000
12	5500
14	7000
16	9000
18	12000
20	16000

Realice lo indicado:

- Determinación del Tamaño de Paso:** Determine el tamaño de paso (h) constante entre las mediciones de profundidad. Asigne el valor a la variable **h**.
- Método del Trapecio Compuesto:** Utilice el **método del Trapecio Compuesto** para estimar la carga axial total (P) integrada a lo largo de toda la profundidad registrada (de $z = 0$ m a $z = 20$ m). Almacene el resultado en la variable **CargaTrapecio**.
- Método de Simpson Compuesto:** Utilice el **método de Simpson Compuesto** para estimar la carga axial total (P) integrada a lo largo de toda la profundidad registrada (de $z = 0$ m a $z = 20$ m). Almacene el resultado en la variable **CargaSimpson**.

Pregunta 4 - Gestión de Temperatura en un Proceso de Enfriamiento (EDO-PVI)

Resumen del elemento

Descripción

El control de temperatura es crucial para la gestión de procesos industriales y el confort. Consideremos un sistema que se está **enfriando** después de haber estado encendido. La velocidad a la que la temperatura $T(t)$ disminuye es proporcional a la diferencia entre la temperatura actual y una temperatura ambiente T_{amb} (Ley de Enfriamiento de Newton).

Supongamos que la ecuación diferencial que modela la temperatura $T(t)$ en el sistema de enfriamiento es:

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - T_{amb})$$

donde:

- $T(t)$ es la temperatura en $^{\circ}C$.
- k es una constante que describe la velocidad de ajuste de la temperatura.
- T_{amb} es la temperatura ambiente constante a la que el sistema tiende a enfriarse.

Datos del Problema

Dado:

- $k = 0.2$
- $T_{amb} = 25$ (Temperatura ambiente en $^{\circ}C$)
- $T(0) = 90$ (Temperatura inicial del sistema en $^{\circ}C$)

Realice las siguientes indicaciones para aproximar la temperatura del sistema entre $t = 0$ y $t = 10$ segundos.

1. Utilice el **método de Euler** para resolver la EDO que modela la temperatura $T(t)$ en el sistema de enfriamiento para t entre 0 y 10 segundos con un paso de tiempo $\Delta t = 0.5$. Aproxime la temperatura para $t = 10$ segundos; almacene el resultado en la variable **valueEuler**.
2. Halle la **temperatura exacta** para $t = 10$ segundos; almacene el resultado en la variable **valueExacto**.
3. Utilice el **método de Heun (RK2)** para resolver la EDO que modela la temperatura $T(t)$ para t entre 0 y 10 segundos con un paso de tiempo $\Delta t = 0.5$. Aproxime la temperatura para $t = 10$ segundos; almacene el resultado en la variable **valueHeun**.
4. Calcule el **error absoluto** entre la solución numérica (utilizando el método de Heun) y la solución exacta en el punto de tiempo $t = 10$. Almacene el resultado en la variable **valueError**.

Pregunta 5 - Cálculo de la Carga de Esfuerzo en una Viga (Método de Romberg)

Resumen del elemento

Contexto del Problema:

En el diseño estructural de puentes y edificios, es fundamental calcular la **carga de esfuerzo** o la **fuerza cortante** total que actúa sobre un elemento estructural, como una viga, en un tramo específico. Esta carga se distribuye a lo largo de la longitud de la viga.

Suponga que la **función de distribución de esfuerzo vertical** (fuerza por unidad de longitud) a lo largo de un tramo de viga entre el punto $x = 0$ y $x = 1$ metro (o unidad normalizada de longitud) está dada por $f(x)$.

La **fuerza cortante total** F_{total} en ese tramo de 1 metro se calcula mediante la integral de la función de distribución de esfuerzo:

$$F_{total} = \int_0^1 f(x) dx$$

Datos de Campo y Medición:

Un ingeniero ha medido el valor del esfuerzo $f(x)$ en cinco puntos clave del tramo de la viga (de $x = 0$ a $x = 1$). Los datos recopilados son:

x	0	0.25	0.50	0.75	1.0
$f(x)$	0	0.062851508	0.255341921	0.630437674	1.557407725

Para obtener la fuerza cortante total (F_{total}) con la **mayor precisión posible** (una aproximación de alto orden) a partir de los datos discretos, utilice el **Método de Integración de Romberg** y la **Extrapolación de Richardson**.

obteniendo la siguiente tabla de Romberg

$$\begin{array}{ccc} R_{11} & & \\ R_{21} & R_{22} & \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{array}$$

Realice lo indicado:

- Halle el valor de R_{11} y asigne el valor a la variable **R11**.
- Halle el valor de R_{22} y asigne el valor a la variable **R22**.
- Halle el valor de R_{33} y asigne el valor a la variable **R33**.