
Examen de Laboratorio 2

- El examen consta de 5 problemas, cada uno con un valor de 4 puntos, sumando un total de 20 puntos. La duración del examen será de 90 minutos.
- Está estrictamente prohibido el uso de cartucheras, calculadoras, notas o cualquier otro tipo de material adicional. No se permite el préstamo de ningún material durante el examen.
- No se responderán consultas durante el examen. Si considera que alguna pregunta está mal planteada o contiene errores, envíe su solución en formato `.mlx` al correo del curso, indicando claramente su sección, el número de la pregunta y el código ID de la pregunta en el formulario disponible en la tarea de canvas. Esta corrección deberá enviarse dentro del tiempo asignado para el examen, y será evaluada posteriormente. Que se acepte o no su corrección dependerá de la revisión final.
- Justifique detalladamente cada uno de sus pasos y las decisiones tomadas en su código para llegar a la solución final.
- El orden, la claridad y la organización en la presentación de su código y resultados son fundamentales. Si el trabajo no es claro o está desorganizado, su respuesta podría no ser evaluada.
- El uso de cualquier herramienta que no sea MATLAB Grader o el entorno indicado para el examen resultará en la anulación inmediata de su evaluación.
- Está prohibido el uso de comandos como `clc`, `clear all`, y otros similares, a menos que se indique explícitamente lo contrario en las instrucciones del examen.
- No se aceptarán reclamos derivados de errores en la denominación de variables. Esto incluye errores como el uso incorrecto de mayúsculas o minúsculas, omitir letras en los nombres de variables, o confundir un vector fila con uno columna y viceversa. Es su responsabilidad asegurarse de que su código respete rigurosamente la sintaxis y los nombres indicados en el enunciado del problema.
- Todos los reclamos deberán hacerse rescatando su ID y llenando el formulario proporcionado en la tarea de Examen Laboratorio 2 de Canvas. El formulario deberá completarse dentro del tiempo indicado para poder ser considerado.
- Cualquier violación de estas normas será motivo de sanción según el reglamento académico.

Pregunta 1

Spline Cúbico Natural – Elevación de Carretera Rural

Una carretera en una zona montañosa fue diseñada con un trazado no lineal para reducir el impacto ambiental. A lo largo de su recorrido se han registrado las alturas del camino respecto al nivel del mar en ciertos puntos específicos. Los datos obtenidos son:

$$x = [0, 20, 40, 60, 80, 100] \quad [\text{metros}]$$

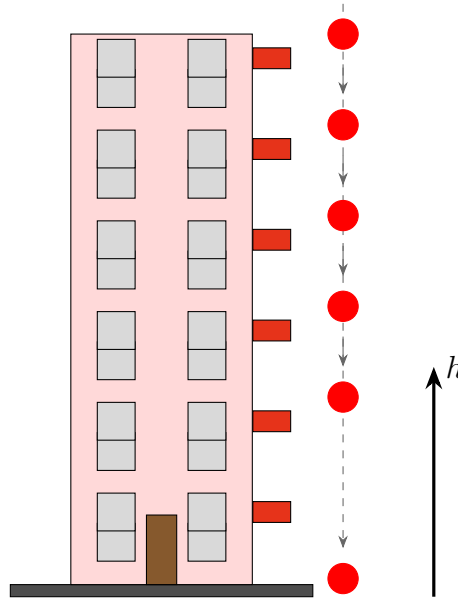
$$y = [2.0, 3.1, 5.4, 6.2, 5.0, 3.8] \quad [\text{metros}]$$

1. Definir un **spline cúbico natural** y determine la **pendiente de la carretera** (positiva o negativa) en los puntos $x = 25$ m y $x = 75$ m. Guarde los resultados en las variables `m25` y `m75`.
2. Luego de graficar el spline cúbico natural, use el comando `solve` de MATLAB para determinar la **elevación máxima dentro del intervalo** $[0, 100]$. Guarde su respuesta en la variable `hmax`.
3. Evalúe si, en algún punto de cada intervalo, la magnitud de la pendiente supera el valor de 0.12. Para ello, genere 200 puntos en cada intervalo (incluidos sus extremos) y determine si algún punto supera el valor de 0.12. Finalmente, almacene la cantidad de intervalos que excedieron una pendiente de 0.12 y almacénelo en la variable `ninterv`.

Pregunta 2

Ajuste de Curvas- Determinación experimental de la gravedad

En un experimento, se mide la aceleración gravitacional dejando caer una bola desde la parte superior de un edificio de altura, como se muestra en la figura.



Durante la caída, se registran los tiempos (t) en que la bola pasa por alturas específicas (h). Donde La relación entre h y t está dada por la ecuación:

$$h = h_0 - \frac{1}{2}gt^2$$

donde:

- $h_0 = 100$ m es la altura inicial desde donde es lanzado la bola
- g es la aceleración de la gravedad que se quiere determinar.

Se registran los siguientes datos:

h (m)	100	80	60	40	20	0
t (s)	0	2.02	2.86	3.50	4.04	4.51

Use ajuste lineal considerando $X = t^2$ y $Y = 100 - h$ para ajustar la ecuación a los datos y determine el valor experimental de g . Para ello:

1. Almacene el valor experimental de g en la variable **g_exp**.
2. Si el valor estándar (exacto para nuestro ejercicio) de g es 9.80665 m/s² encuentre el error absoluto generado por el valor experimental de g y almacénelo en la variable **error_absoluto**.
3. Finalmente, calcule r^2 (coeficiente de determinación) para evaluar la calidad del ajuste (almacene este valor en la variable **R2**), si este valor es mayor o igual que 0.7 almacene en la variable **bajust** el valor de 1 , en caso contrario almacene el valor de 0 . Considere la suma de los residuos al cuadrado $S_r = \sum(Y_i - \hat{Y}_i)^2$ y la suma total de cuadrados $S_t = \sum(Y_i - \bar{Y})^2$.

Pregunta 3

Área bajo una curva con un punto perdido

Dada la información registrada

x	-1	$-\sqrt{\frac{3}{5}}$	0	$\sqrt{\frac{3}{5}}$	1
y	0.1	0.81	a	0.45	0.32

Se presume que el área bajo la curva $y = y(x)$, $x \in [-1, 1]$ y el eje de abscisas x es 1.6842.

Realice lo siguiente:

- Halle el valor aproximado del área con el método de trapecio con 2 intervalos considerando $a = 1.2$. Guarde el resultado en la variable **Itrapz**.
- Halle el valor de a para que el área aproximada por el método del trapecio con 2 intervalos sea 1.6842. Guarde el resultado en la variable **Atrapz**.
- Halle el valor aproximado del área con el método de Simpson 1/3 considerando $a = 1.2$. Guarde el resultado en la variable **Isimp**.
- Halle el valor de a para que el área aproximada por el método de Simpson 1/3 sea 1.6842. Guarde el resultado en la variable **Asimp**.
- Halle el valor aproximado del área con el método de cuadratura Gaussiana con 3 puntos considerando para a el valor que hace que el área aproximada por el método de Simpson 1/3 sea 1.6842. Guarde el resultado en la variable **Igauss**.

Recuerde la aproximación de cuadratura Gaussiana con 3 puntos:

$$\int_{-1}^1 g(z)dz \approx \frac{5}{9}g\left(-\sqrt{\frac{3}{5}}\right) + \frac{8}{9}g(0) + \frac{5}{9}g\left(\sqrt{\frac{3}{5}}\right)$$

Pregunta 4

Dinámica de la corriente en un circuito RL (Ley de Faraday)

En un circuito eléctrico RL en serie (resistencia-inductancia), la corriente que circula evoluciona en el tiempo conforme a la Ley de Faraday, la cual establece que la caída de voltaje en un inductor es $\Delta V_L = L \frac{di}{dt}$. Utilizando la Ley de Voltajes de Kirchhoff, para un circuito RL alimentado por una fuente de voltaje constante V_0 , se obtiene la siguiente ecuación diferencial ordinaria de primer orden:

$$\frac{di}{dt} = \frac{V_0}{L} - \frac{R}{L} i,$$

donde:

$$V_0 = 12 \text{ V}, \quad R = 4 \text{ } \Omega, \quad L = 1.5 \text{ H},$$

y la corriente inicial es

$$i(0) = 0 \text{ A}.$$

Se desea modelar la evolución de la corriente durante los primeros 10 segundos.

En un script, realice lo siguiente:

- Obtenga la solución numérica de la EDO usando el **método de Euler** con un tamaño de paso $h = 0.2$ s. Almacene el vector (columna) de solución en la variable `I_euler`.
- Obtenga la solución numérica usando el **método de Runge–Kutta de cuarto orden (RK4)** con el mismo tamaño de paso. Almacene el vector (columna) de solución en la variable `I_rk4`.
- Determine el tiempo en el cual la corriente alcanza o supera por primera vez el umbral de 2 A, usando ambos métodos numéricos. Almacene los tiempos en el vector columna:

$$\mathbf{t_umbral} = \begin{bmatrix} \mathbf{t_euler} \\ \mathbf{t_rk4} \end{bmatrix}.$$

- Si el método RK4 predice que el umbral de 2 A se alcanza o supera antes que con el método de Euler, asigne `mrk4 = 1`; en caso contrario, asigne `mrk4 = 0`.

Pregunta 5

Sistemas EDO – Modelo Tricomponente Depredador–Presa

Un ecosistema marino está compuesto por dos especies presa, $P_1(t)$ y $P_2(t)$, y un depredador $Z(t)$. La interacción entre las tres especies puede modelarse mediante el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales acopladas:

$$\begin{cases} \frac{dP_1}{dt} = a_1 P_1 - b_1 P_1 Z \\ \frac{dP_2}{dt} = a_2 P_2 - b_2 P_2 Z \\ \frac{dZ}{dt} = -dZ + c_1 P_1 Z + c_2 P_2 Z \end{cases}$$

Los valores iniciales y parámetros son:

$$P_1(0) = 4, \quad P_2(0) = 3, \quad Z(0) = 2$$

$$a_1 = 0.5, \quad a_2 = 0.3, \quad b_1 = 0.02, \quad b_2 = 0.015$$

$$c_1 = 0.01, \quad c_2 = 0.008, \quad d = 0.4$$

1. Halle la solución numérica del sistema usando el **método de Euler** con tamaño de paso $h = 0.1$ hasta $t = 30$. Almacene la solución en la matriz:

$$\text{sol_euler} = [\text{t_euler} \quad P1_euler \quad P2_euler \quad Z_euler]$$

2. Halle la solución numérica usando el **método de Runge–Kutta de cuarto orden (RK4)** con el mismo tamaño de paso. Almacene la solución en:

$$\text{sol_rk4} = [\text{t_rk4} \quad P1_rk4 \quad P2_rk4 \quad Z_rk4]$$

3. Determine qué método produce una **mayor abundancia acumulada del depredador** $Z(t)$ en los 30 primeros segundos. Calcule el área bajo la curva usando la **regla de Simpson 1/3** y almacene el resultado en:

$$\text{IZ} = [\text{I_mayor} ; \text{I_menor}]$$