
Examen de Laboratorio 2

- El examen consta de 5 problemas, cada uno con un valor de 4 puntos, sumando un total de 20 puntos. La duración del examen será de 90 minutos.
- Está estrictamente prohibido el uso de cartucheras, calculadoras, notas o cualquier otro tipo de material adicional. No se permite el préstamo de ningún material durante el examen.
- No se responderán consultas durante el examen. Si considera que alguna pregunta está mal planteada o contiene errores, envíe su solución en formato `.mlx` al correo del curso, indicando claramente su sección, el número de la pregunta y el código ID de la pregunta en el formulario disponible en la tarea de canvas. Esta corrección deberá enviarse dentro del tiempo asignado para el examen, y será evaluada posteriormente. Que se acepte o no su corrección dependerá de la revisión final.
- Justifique detalladamente cada uno de sus pasos y las decisiones tomadas en su código para llegar a la solución final.
- El orden, la claridad y la organización en la presentación de su código y resultados son fundamentales. Si el trabajo no es claro o está desorganizado, su respuesta podría no ser evaluada.
- El uso de cualquier herramienta que no sea MATLAB Grader o el entorno indicado para el examen resultará en la anulación inmediata de su evaluación.
- Está prohibido el uso de comandos como `clc`, `clear all`, y otros similares, a menos que se indique explícitamente lo contrario en las instrucciones del examen.
- No se aceptarán reclamos derivados de errores en la denominación de variables. Esto incluye errores como el uso incorrecto de mayúsculas o minúsculas, omitir letras en los nombres de variables, o confundir un vector fila con uno columna y viceversa. Es su responsabilidad asegurarse de que su código respete rigurosamente la sintaxis y los nombres indicados en el enunciado del problema.
- Todos los reclamos deberán hacerse rescatando su ID y llenando el formulario proporcionado en la tarea de Examen Laboratorio 2 de Canvas. El formulario deberá completarse dentro del tiempo indicado para poder ser considerado.
- Cualquier violación de estas normas será motivo de sanción según el reglamento académico.

Pregunta 1

Un vehículo circula por una carretera irregular de 9 metros. Se ha medido el desplazamiento vertical (en cm) de la suspensión en 10 posiciones a lo largo de este tramo, registrando cómo la suspensión responde a las irregularidades del camino.

Posición x (m)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Desplazamiento y (cm)	0	2.5	5	3.5	4	6.5	5.5	3	1	0

1. Utilizando spline cúbico natural, estime el desplazamiento vertical de la suspensión en la posición $x=4.5$ m en la variable R1.
2. Calcule la pendiente del desplazamiento (primera derivada espacial, $\frac{dy}{dx}$) en $x=5.0$ m en la variable R2.

Nota: En este contexto, la pendiente indica qué tan rápido cambia el desplazamiento vertical de la suspensión respecto a la posición en la carretera, lo que está relacionado con la inclinación local del movimiento de la suspensión.

3. Calcule la curvatura del desplazamiento (segunda derivada espacial, $\frac{d^2y}{dx^2}$) en $x=5.0$ m en la variable R3.

Nota: La curvatura está asociada con la aceleración espacial del desplazamiento, y es importante para entender las fuerzas dinámicas que actúan sobre la suspensión debido a cambios bruscos en el terreno.

4. Estime el desplazamiento vertical de la suspensión en $x=7.5$ m en la variable R4.

Pregunta 2

En un sistema mecánico, la fuerza resistiva $F(x)$ (en Newtons) ejercida por un amortiguador depende del desplazamiento x (en metros) y está dada por la función:

$$F(x) = \cos(x) \cdot \ln(x + 1) \cdot \sqrt{x}$$

Se desea calcular la energía E absorbida por el amortiguador al desplazarse desde $x=0$ m hasta $x=2$ m. Esta energía corresponde al trabajo realizado por la fuerza resistiva y se expresa como la integral definida:

$$E = \int_0^2 F(x) dx$$

Dado que la integral no tiene solución analítica simple, se usarán métodos numéricos para aproximar E , para ellos se pide:

- a) Calcule la energía absorbida usando el método de Simpson compuesto con un paso $h = 0.2m$, en la variable **R1**.
- b) Calcule la energía absorbida usando el método de Simpson compuesto con un paso más pequeño $h = 0.01$, en la variable **R2**.
- c) Calcule la energía absorbida usando el método del trapecio con un paso $h = 0.2m$, en la variable **R3**.
- d) Considerando el resultado del ítem b) como la solución exacta, calcule el error absoluto del método del trapecio obtenido en el ítem c), en la variable **R4**.

Pregunta 3

Un ingeniero está analizando la transferencia de calor en un material cuyo perfil de temperatura viene dado por la función:

$$T(x) = \cos(3x) \cdot \ln(x) \cdot x^3$$

en el intervalo $x \in [1, 2]$.

El ingeniero desea calcular el valor aproximado y exacto de la integral de $T(x)$ para evaluar la cantidad total de calor transferido en ese tramo.

1. El valor exacto de la integral $\int_1^2 T(x) dx$ utilizando herramientas simbólicas de MATLAB en la variable **R1** (es claro que **R1** debe estar en formato double.)
2. La aproximación numérica de la integral usando Romberg de orden 2 en la variable **R2**.
3. La aproximación numérica de la integral usando Romberg de orden 4 en la variable **R3**.
4. El error absoluto de la aproximacion de orden 2 en la variable **R4**.

Pregunta 4

Una varilla de acero se calienta hasta 200°C y luego se deja enfriar al medio ambiente la cual se encuentra a 20°C , si se sabe que el modelo matemático correspondiente es representado por la ley de enfriamiento de Newton, la cual es:

$$\frac{dT}{dt} = k(T - T_a)$$

donde T_a es la temperatura ambiente en $^{\circ}\text{C}$ y $k = -0.0108$ es la constante de enfriamiento en s^{-1} . Luego de plantear un problema de valores iniciales se desea calcular la temperatura luego de 30 segundos, use para el cálculo numérico $n = 50$ subintervalos de partición.

Responde a las siguientes preguntas.

1. Use la función `dsolve` de MATLAB para resolver la EDO y luego calcule la temperatura de la varilla a los 30 segundos; almacene su respuesta en `Texac`.
2. Halle la temperatura aproximadamente utilizando el método de Euler, almacene su respuesta en `Teuler`.
3. Halle la temperatura aproximadamente utilizando el método de Runge Kutta de orden 2, almacenando su respuesta en `TRK2`.
4. Si la aproximación por Runge Kutta de orden 2 obtiene p cifras significativas y la aproximación por Euler obtiene q cifras significativas, almacene en la variable `diferencia` en valor de $p - q$.

Pregunta 5

Consideremos la siguiente EDO de tercer orden con valores iniciales:

$$Q''' - 2Q' + 4Q = 0 \quad ; \quad Q(0) = 1 \quad ; \quad Q'(0) = 0 \quad ; \quad Q''(0) = 0$$

Si $t \in [0; 2]$ y debe considerar una partición de $n = 8$ subintervalos, se desea determinar aproximadamente los valores de $Q(2)$, $Q'(2)$ y $Q''(2)$. Para ello realice lo siguiente:

1. Resuelva el problema de forma analítica usando el comando **dsolve** y luego de obtener la solución analítica almacene en la variable **exacta** el vector columna $\begin{bmatrix} Q(2) \\ Q'(2) \\ Q''(2) \end{bmatrix}$.
2. Utilizando el método de Runge Kutta de orden 4 halle los respectivos valores aproximados de lo calculado y almacene en la variable **aproxRK4** (vector columna) dichos valores.
3. Halle el error relativo al calcular en forma aproximada $Q(2)$, almacene su respuesta en **error1**.
4. Halle el error relativo al calcular en forma aproximada $Q'(2)$, almacene su respuesta en **error2**.