

EXAMEN DE LABORATORIO EL2 - TEO 9 - 12

Métodos Numéricos

7 de febrero de 2026

- El examen consta de 5 problemas, cada uno con un valor de 4 puntos, sumando un total de 20 puntos. La duración del examen será de 100 minutos.
- Está estrictamente prohibido el uso de cartucheras, calculadoras, notas o cualquier otro tipo de material adicional. No se permite el préstamo de ningún material durante el examen.
- No se responderán consultas durante el examen. Si considera que alguna pregunta está mal planteada o contiene errores, envíe su solución en formato `.mlx` al correo del curso, indicando claramente su sección y el número de la pregunta. Esta corrección deberá enviarse dentro del tiempo asignado para el examen, y será evaluada posteriormente. Que se acepte o no su corrección dependerá de la revisión final.
- Justifique detalladamente cada uno de sus pasos y las decisiones tomadas en su código para llegar a la solución final.
- El orden, la claridad y la organización en la presentación de su código y resultados son fundamentales. Si el trabajo no es claro o está desorganizado, su respuesta podría no ser evaluada.
- El uso de cualquier herramienta que no sea MATLAB Grader o el entorno indicado para el examen resultará en la anulación inmediata de su evaluación.
- Está prohibido el uso de comandos como `clc`, `clear all`, y otros similares, a menos que se indique explícitamente lo contrario en las instrucciones del examen.
- No se aceptarán reclamos derivados de errores en la denominación de variables. Esto incluye errores como el uso incorrecto de mayúsculas o minúsculas, omitir letras en los nombres de variables, o confundir un vector fila con uno columna y viceversa. Es su responsabilidad asegurarse de que su código respete rigurosamente la sintaxis y los nombres indicados en el enunciado del problema.
- No hay reclamos, pues el examen está debidamente filtrado y validado.
- Cualquier violación de estas normas será motivo de sanción según el reglamento académico.
- Las respuestas numéricas, deberán estar en formato `double`.
- La plantilla puede tener algunos errores, por lo que es importante identificarlos, corregir y continuar con el trabajo.

1. En una planta química se sintetiza un producto que es utilizado posteriormente como conservante de productos enlatados. El rendimiento del proceso (en %) depende de la temperatura (en °C), se dispone de la siguiente información

<i>Temperatura(°C)</i>	150	160	170	180
<i>Rendimiento(%)</i>	35.5	37.8	43.6	45.6

Luego de realizar los siguientes pasos:

- Hallar el spline cúbico natural $S(x)$ (desarrollado en clase) para aproximar el rendimiento del proceso (en %) que se ajuste a los 4 puntos registrados.
 - Graficar el spline cúbico natural $S(x)$.
 - Según el gráfico obtenido asigne a la variable **RendiMax** el máximo rendimiento alcanzado.
 - Se dice que el proceso es **Estable** cuando a los 165°C el rendimiento supera el 36 % respectivamente, en cualquier otro caso los dispositivos electrónicos deberán ser recalibrados. Utilizando el comando **spline** del MATLAB ¿Los dispositivos electrónicos deben ser recalibrados?, si los dispositivos electrónicos deben ser recalibrados asigne a la variable **opc** el valor 1, en caso contrario asigne a **opc** el valor cero.
 - Consideramos el valor exacto del rendimiento(%) para la temperatura 165°C el obtenido al utilizar el comando **spline** de Matlab y asigne a la variable **Sexacto**.
 - Halle $S(165)$ utilizando el spline cubico natural desarrollado en clase y asigne a la variable **Saprox**.
2. Un sistema oscilatorio con amortiguación (como un resorte-masa amortiguado) es representado mediante una función con tres términos que combinan una parte exponencial, una sinusoidal y una logarítmica. Dicha función está dada por la siguiente expresión:

$$y(x) = a_0 + a_1 e^{-dx} + a_2 \sin(frec \cdot x)$$

donde:

- a_0 , a_1 , y a_2 son los coeficientes desconocidos.
- d es un coeficiente de amortiguación cuyo valor es 0.4.
- **frec** es la frecuencia de la fuerza externa.

La información de un experimento ha sido almacenada en el archivo **data_no_lineal.mat** el cual se carga en la plantilla. Es decir en adelante puede usar las variables **xdata** e **ydata** que contiene la información del experimento.

En un script realice lo siguiente:

- a) Considerando un valor de frecuencia **frec** = 0.1, determine los valores de los coeficientes y almacénelos en el vector **coef_ini** = $\begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$.

- b) Encuentre el valor de la frecuencia que garantiza un buen ajuste. Para ello varíe la frecuencia en el rango de **frec** en un intervalo de $[\frac{1}{2}\pi, \frac{3}{2}\pi]$ con paso de $\frac{\pi}{10}$. Use el criterio del coeficiente de determinación (R^2) para obtener el mejor valor de la frecuencia. Almacene su resultado en la variable **best_f**.
- c) Realice una estimación de la posición del sistema oscilatorio para un tiempo de 20 segundos y almacénelo en la variable **y_est**.
3. La función de distribución acumulativa $F(x)$ asociada a la distribución Weibull, una distribución comúnmente utilizada en confiabilidad e ingeniería, está dada por la integral:

$$F(x; k; \lambda) = \int_0^x \frac{k}{\lambda} \left(\frac{t}{\lambda}\right)^{k-1} e^{-\left(\frac{t}{\lambda}\right)^k} dt$$

donde: k es el parámetro de forma (adimensional), λ es el parámetro de escala (en segundos), x es el límite superior de la integral, y $F(x; k, \lambda)$ es la probabilidad acumulada.

Dado $k = 2.2$, $\lambda = 4$, y $x = 4$, en un script realice lo siguiente:

- a) Halle el valor aproximado de la integral usando el método de Cuadratura Gaussiana con 11 puntos. Almacene el valor de la integral numérica en la variable **Igauss11**.
- b) Halle el valor aproximado de la integral usando el método de Romberg con orden $k_R = 8$. Almacene el valor de la integral numérica en la variable **Iromberg8**.
- c) Aplique el método de Cuadratura Gaussiana desde $n = 2$ puntos hasta encontrar un valor de n tal que el error relativo (con respecto de la integral numérica previa) sea menor a una tolerancia de $1e - 7$. Almacene todos los resultados en la matriz **Rgauss** = [i n Igauss dr], donde: i: vector columna de iteraciones ($i = 0$ para $n = 2$), n: número de puntos en la cuadratura de Gauss, Igauss: vector columna con los valores de las integrales numéricas, dr: error relativo calculado como: $dr = \left| \frac{\text{Igauss}_i - \text{Igauss}_{i-1}}{\text{Igauss}_i} \right|$ con $dr = 1$ para $i = 0$.
- d) Determine el error relativo en la estimación de la probabilidad $F(4; 2.2, 4)$ del ítem c con respecto de lo entregado por la función **integral** de matlab. Almacene el valor en la variable **drR**.
4. En un circuito eléctrico compuesto por una resistencia R y un condensador C conectados en serie a una fuente de voltaje constante V_0 , el voltaje $V(t)$ en el condensador varía con el tiempo según la ecuación:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{RC}(V_0 - V)$$

donde:

- $V(t)$: voltaje en el condensador en el tiempo t (en voltios),
- $R = 10^3 \Omega$: resistencia,
- $C = 2 \times 10^{-3} \text{ F}$: capacitancia,
- $V_0 = 12 \text{ V}$: voltaje de la fuente.

La condición inicial es $V(0) = 0 \text{ V}$, ya que el condensador comienza descargado.

En un script realice lo siguiente:

- a) Resuelva la EDO mediante el método de Euler con paso de 0.5 segundos hasta $t = 20$ segundos. Almacene la solución en la variable `V_euler`.
- b) Resuelva la EDO mediante el método de Runge-Kutta de segundo orden (RK2) con los mismos parámetros. Almacene la solución en la variable `V_rk2`.
- c) Determine el tiempo en el que el condensador alcanza al menos el **95 % de su voltaje final** usando los métodos de Euler y Runge - Kutta. Almacene estos tiempos en el vector `t_carga = [t_euler; t_rk2]`.
- d) Si RK2 predice una carga más rápida que Euler, asigne `mrk2 = 1`; en caso contrario, asigne `mrk2 = 0`.

5. Un sistema acoplado de tres especies químicas interactuantes modela las tasas de cambio de sus concentraciones en función del tiempo, de acuerdo con el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales:

$$\begin{cases} \frac{dC_1}{dt} = -k_1 C_1 + k_3 C_2 C_3 \\ \frac{dC_2}{dt} = k_1 C_1 - k_2 C_2^2 \\ \frac{dC_3}{dt} = k_2 C_2^2 - k_3 C_2 C_3 \end{cases}$$

donde $C_1(t), C_2(t), C_3(t)$ representan las concentraciones de las especies en el tiempo t , y los parámetros k_1, k_2, k_3 son constantes cinéticas positivas.

Los valores iniciales y parámetros son:

- $C_1(0) = 2.0, C_2(0) = 1.0, C_3(0) = 0.5$
- $k_1 = 0.3, k_2 = 0.6, k_3 = 0.2$

En un script realice lo siguiente:

- a) Halle la solución numérica de las tres concentraciones usando el método de Euler con un tamaño de paso $h = 0.1$ hasta los 20 segundos. Almacene la solución en la matriz:
`sol_euler = [t C1_euler C2_euler C3_euler]`.
- b) Halle la solución numérica usando el método de Runge-Kutta de cuarto orden (RK4) con el mismo tamaño de paso. Almacene la solución en:
`sol_rk4 = [t C1_rk4 C2_rk4 C3_rk4]`.
- c) Determine qué método produce la mayor acumulación de la especie C_3 en los 20 primeros segundos. Para ello, calcule el área bajo la curva $C_3(t)$ usando la regla de Simpson 1/3 para ambos métodos y almacene el resultado en el vector: $\text{IC3} = \begin{bmatrix} \text{Imayor} \\ \text{Imenor} \end{bmatrix}$, donde `Imayor` corresponde al valor de la integral más grande.