

Duración: 90 minutos

Fecha: 08 de mayo de 2026

-
- El examen consta de 4 problemas, cada uno con un valor de 5 puntos, sumando un total de 20 puntos.
 - Está estrictamente prohibido el uso de cartucheras, calculadoras, notas o cualquier otro tipo de material adicional. No se permite el préstamo de ningún material durante el examen.
 - Si considera que alguna pregunta está mal planteada o contiene errores, envíe su solución en formato `.mlx` al correo del curso, indicando claramente su sección, el número de la pregunta y el código ID de la pregunta. Que se acepte o no su corrección dependerá de la revisión final.
 - Todos los reclamos deberán hacerse rescatando su ID y llenando el formulario proporcionado en la tarea de Examen Laboratorio 03 de Canvas. El formulario deberá completarse dentro del tiempo indicado para poder ser considerado.
 - Justifique detalladamente cada uno de sus pasos y las decisiones tomadas en su código para llegar a la solución final.
 - El orden, la claridad y la organización en la presentación de su código y resultados son fundamentales. Si el trabajo no es claro o está desorganizado, su respuesta podría no ser evaluada.
 - El uso de cualquier herramienta que no sea MATLAB Grader o el entorno indicado para el examen resultará en la anulación inmediata de su evaluación.
 - Está prohibido el uso de comandos como `clc`, `clear all`, y otros similares, a menos que se indique explícitamente lo contrario en las instrucciones del examen.
 - No se aceptarán reclamos derivados de errores en la denominación de variables. Esto incluye errores como el uso incorrecto de mayúsculas o minúsculas, omitir letras en los nombres de variables, o confundir un vector fila con uno columna y viceversa. Es su responsabilidad asegurarse de que su código respete rigurosamente la sintaxis y los nombres indicados en el enunciado del problema.
 - Cualquier violación de estas normas será motivo de sanción según el reglamento académico.

Pregunta 1 - Flujo de Calor Radiativo en una Superficie Calefactora

Se estudia una superficie calefactora de área efectiva A , temperatura absoluta T_s y emisividad ε , que intercambia energía térmica por radiación con un entorno a temperatura T_∞ . Este tipo de modelo aparece en el análisis de recubrimientos térmicos, placas calefactoras, sensores infrarrojos y sistemas de disipación en vacío.

El flujo neto de calor radiativo emitido por la superficie se modela mediante la ley de Stefan-Boltzmann:

$$Q = \varepsilon \sigma A (T_s^4 - T_\infty^4),$$

donde σ es la constante de Stefan-Boltzmann. Los valores medidos y sus incertidumbres son:

$$\begin{aligned}\varepsilon &= 0.82 \pm 0.02 & A &= 0.480 \text{ m}^2 \pm 0.010 \text{ m}^2 \\ T_s &= 620 \text{ K} \pm 1.5 \% & T_\infty &= 295 \text{ K} \pm 2 \text{ K} \\ \sigma &= 5.67 \times 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2\text{K}^4)\end{aligned}$$

Realice lo siguiente:

- Halle el valor aproximado nominal del flujo neto de calor radiativo Q_{nom} , en watts. Almacene el resultado en la variable **Qvalue**.
- Halle la contribución de la temperatura superficial T_s al error absoluto de Q . Almacene el resultado en la variable **Tscontri**.
- Halle el error absoluto total e_Q al realizar la medición de Q , propagando las incertidumbres de ε , A , T_s y T_∞ . Almacene el resultado en la variable **eQ**.
- Si el intervalo de confianza para el valor verdadero de Q se toma como $[a, b] = [Q_{\text{nom}} - e_Q, Q_{\text{nom}} + e_Q]$, almacene dichos valores en el vector columna $\text{confQ} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$.

Pregunta 2 - Emisión Termiónica de un Cátodo Caliente

Se analiza la emisión de electrones desde un cátodo metálico calentado. En un modelo ideal, la densidad de corriente emitida por efecto termiónico está descrita por la ecuación de Richardson-Dushman:

$$J(T) = A_R T^2 \exp\left(-\frac{\phi}{k_B T}\right),$$

donde T es la temperatura absoluta del cátodo, A_R es la constante de Richardson, ϕ es la función de trabajo del material y k_B es la constante de Boltzmann expresada en eV/K.

En un experimento se mide una densidad de corriente objetivo J_0 . Para estimar la temperatura del cátodo se debe resolver la ecuación no lineal:

$$f(T) = A_R T^2 \exp\left(-\frac{\phi}{k_B T}\right) - J_0 = 0.$$

Los valores numéricos de los parámetros son:

$$\begin{aligned} A_R &= 1.20 \times 10^6 \text{ A/(m}^2\text{K}^2) & \phi &= 2.20 \text{ eV} \\ k_B &= 8.617 \times 10^{-5} \text{ eV/K} & J_0 &= 5.00 \times 10^4 \text{ A/m}^2 \end{aligned}$$

Realice lo siguiente:

- Utilice la función **fzero** para resolver la ecuación no lineal $f(T) = 0$. Use un valor semilla $T^{(0)} = 1500$ K. Almacene la raíz aproximada en la variable **Tzero**.
- Aplique el método de bisección para resolver $f(T) = 0$. Use el intervalo $[a, b] = [1200, 1800]$ K y una tolerancia de 10^{-3} en el **error absoluto**. Almacene el valor aproximado de la raíz $\tilde{T}$ y el residuo final $|f(\tilde{T})|$ en el vector fila **Tbiseccion** = $[\tilde{T} \quad |f(\tilde{T})|]$.
- Aplique el método de punto fijo para resolver $f(T) = 0$, a partir de la función de iteración

$$G(T) = \frac{\phi}{k_B \ln\left(\frac{A_R T^2}{J_0}\right)},$$

usando como punto semilla $T^{(0)} = 1800$ K y una tolerancia de 10^{-3} en el **error absoluto** (deberá modificar el código de la función **pfijo**). Almacene el valor aproximado de la raíz $\tilde{T}$ y el residuo final en el vector fila **Tpfijo** = $[\tilde{T} \quad |f(\tilde{T})|]$.

- Si se define la potencia irradiada superficial asociada al cátodo como,

$$P_{\text{rad}}(T) = \varepsilon \sigma (T^4 - T_{\infty}^4),$$

donde $\varepsilon = 0.78$, $T_{\infty} = 300$ K y $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W/(m}^2\text{K}^4)$. Si el valor experimental de referencia es $P_{\text{rad}}^{(\text{exp})} = 1.85 \times 10^5 \text{ W/m}^2$, calcule el error relativo de $P_{\text{rad}}(\tilde{T})$, donde $\tilde{T}$ corresponde al menor residuo obtenido entre b) y c) y almacene dicho resultado en la variable **errRad**.

Pregunta 3 - Diagnóstico de Plasma mediante Corrientes de Sonda

Se analiza un plasma débilmente ionizado mediante una sonda electrostática plana. En este tipo de diagnóstico, la densidad electrónica n_e y la temperatura electrónica T_e pueden estimarse a partir de mediciones de corriente iónica y corriente electrónica.

Para mejorar la escala numérica del problema, se define como $N = \frac{n_e}{10^{16}}$, de modo que $n_e = N \times 10^{16} \text{ m}^{-3}$. El modelo simplificado para las corrientes medidas se reduce a un sistema no lineal para determinar N y T queda definido por:

$$\begin{cases} F_1(N, T) = I_i - 0.61 e A_p (N \times 10^{16}) \sqrt{\frac{e T}{m_i}} = 0 \\ F_2(N, T) = I_e - e A_p (N \times 10^{16}) \sqrt{\frac{e T}{2\pi m_e}} \exp\left(-\frac{\Delta V}{T}\right) = 0 \end{cases}$$

Los valores numéricos de los parámetros son:

$$\begin{aligned} e &= 1.602 \times 10^{-19} \text{ C} & A_p &= 2.00 \times 10^{-6} \text{ m}^2 & m_e &= 9.109 \times 10^{-31} \text{ kg} \\ m_i &= 6.63 \times 10^{-26} \text{ kg} & \Delta V &= 12.0 \text{ V} & I_i &= 1.215 \times 10^{-5} \text{ A} \\ I_e &= 1.068 \times 10^{-4} \text{ A} \end{aligned}$$

Realice lo siguiente:

- Estime gráficamente una solución (N, T) usando una malla: $N \in [0.50 : 0.05 : 4.00]$, $T \in [1.00 : 0.10 : 8.00]$. Busque un punto $(N_{\text{graf}}, T_{\text{graf}})$, de la malla, tal que $\|\mathbf{F}(N_{\text{graf}}, T_{\text{graf}})\|_{\infty}$ sea mínimo, donde $\mathbf{F} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix}$. Almacene el resultado en el vector columna $\mathbf{x}_{\text{graf}} = \begin{bmatrix} N_{\text{graf}} \\ T_{\text{graf}} \end{bmatrix}$. *Sugerencia:* Puede usar un doble bucle para estimar el mínimo de $\mathbf{F}$.
- Aplique el método de Newton para sistemas no lineales al sistema $\mathbf{F}(N, T) = \mathbf{0}$, usando el punto semilla $\mathbf{x}^{(0)} = \begin{bmatrix} 2.50 \\ 3.50 \end{bmatrix}$ y tolerancia 10^{-6} en el error relativo. Almacene la solución aproximada en el vector columna $\mathbf{x}_{\text{nr}}$.
- Considerando como valor verdadero la estimación obtenida mediante Newton-Raphson, halle el error relativo entre los vectores columna obtenidos en a) y b). Use la norma infinito $\delta_x = \frac{\|\mathbf{x}_{\text{graf}} - \mathbf{x}_{\text{nr}}\|_{\infty}}{\|\mathbf{x}_{\text{nr}}\|_{\infty}}$. Almacene el resultado en la variable `deltax`.
- Se define la longitud de Debye del plasma como

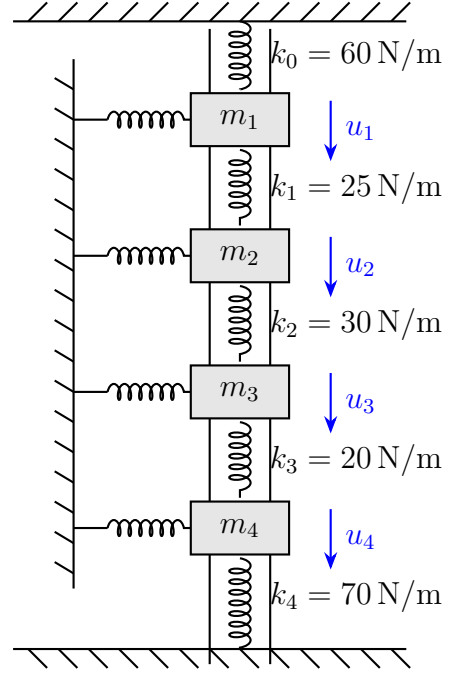
$$\lambda_D(N, T) = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 T}{(N \times 10^{16})e}},$$

donde $\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ F/m}$. Considerando como valor verdadero la estimación obtenida mediante Newton, determine el error relativo de $\lambda_D(N_{\text{graf}}, T_{\text{graf}})$ respecto de $\lambda_D(\mathbf{x}_{\text{nr}})$. Almacene dicho resultado en la variable `deltaDebye`.

Pregunta 4 - Sistema Vertical de Bloques Acoplados por Resortes

Se analiza un sistema mecánico formado por cuatro bloques que pueden desplazarse verticalmente sobre guías sin fricción. Los bloques están conectados entre sí mediante resortes lineales verticales y además existen resortes de anclaje que conectan algunos bloques con una estructura fija lateral. Este tipo de modelo aparece en sistemas de aislamiento vibracional, cadenas discretas de osciladores y modelos reducidos de estructuras elásticas.

Los desplazamientos verticales u_1, u_2, u_3, u_4 se consideran positivos hacia abajo y por practicidad del problema, vamos a considerar **despreciables las deformaciones de los resortes de anclaje**. En equilibrio estático, el peso de cada bloque se balancea con las fuerzas elásticas de los resortes.



Los valores de masa son $m_1 = 2.5 \text{ kg}$, $m_2 = 1.8 \text{ kg}$, $m_3 = 3.2 \text{ kg}$, $m_4 = 2.2 \text{ kg}$, $g = 9.8 \text{ m/s}^2$. A partir del equilibrio estático, el sistema lineal para los desplazamientos queda definido por:

$$\mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{f}, \quad \Longleftrightarrow \quad \begin{bmatrix} k_{11} & -25 & 0 & 0 \\ -25 & 55 & k_{23} & 0 \\ 0 & k_{32} & 50 & -20 \\ 0 & 0 & -20 & k_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24.50 \\ 17.64 \\ f_3 \\ 21.56 \end{bmatrix}.$$

Realice lo siguiente:

- Identifique los elementos k_{11} , k_{32} , k_{44} y f_3 del sistema matricial. Guarde los valores en el vector fila `valK` = $[k_{11} \quad k_{32} \quad k_{44} \quad f_3]$.
- Verifique si la matriz $\mathbf{K}$ es diagonal estrictamente dominante (DED). Almacene el resultado en la variable `ddK`. *Importante:* Use `ddK` = 1 si la matriz es DED y `ddK` = 0 en caso contrario.
- Halle el radio espectral de la matriz de iteración de Jacobi $\mathbf{T}_j$ y de la matriz de iteración de Gauss-Seidel $\mathbf{T}_{gs}$. Determine si cada método converge usando el criterio del radio espectral. Almacene los resultados en la matriz `convK` = $\begin{bmatrix} \rho(\mathbf{T}_j) & \text{OP}_j \\ \rho(\mathbf{T}_{gs}) & \text{OP}_{gs} \end{bmatrix}$, donde `OP` = 1 si el método converge y `OP` = 0 si no converge.
- Aplique el método de Jacobi y Gauss-Seidel para resolver el sistema $\mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{f}$, usando $\mathbf{u}^{(0)} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$, $\text{Tol} = 10^{-5}$ en el error relativo. Almacene la solución aproximada en la matriz `resK` = $\begin{bmatrix} \mathbf{x}_j & \mathbf{x}_{gs} \\ n_j & n_{gs} \end{bmatrix}_{5 \times 2}$, donde $\mathbf{x}_j$ y $\mathbf{x}_{gs}$ corresponden a vectores columna con la solución aproximada por los métodos de Jacobi y Gauss-Seidel, respectivamente, mientras que n_j y n_{gs} corresponden al número de iteraciones empleados por los respectivos métodos.

Importante: Puede modificar los códigos de las funciones `jacobi` y `gausseidel` para obtener el número de iteraciones.