

Duración: 90 minutos

Fecha: 08 de mayo de 2026

-
- El examen consta de 4 problemas, cada uno con un valor de 5 puntos, sumando un total de 20 puntos.
 - Está estrictamente prohibido el uso de cartucheras, calculadoras, notas o cualquier otro tipo de material adicional. No se permite el préstamo de ningún material durante el examen.
 - Si considera que alguna pregunta está mal planteada o contiene errores, envíe su solución en formato `.mlx` al correo del curso, indicando claramente su sección, el número de la pregunta y el código ID de la pregunta. Que se acepte o no su corrección dependerá de la revisión final.
 - Todos los reclamos deberán hacerse rescatando su ID y llenando el formulario proporcionado en la tarea de Examen Laboratorio 03 de Canvas. El formulario deberá completarse dentro del tiempo indicado para poder ser considerado.
 - Justifique detalladamente cada uno de sus pasos y las decisiones tomadas en su código para llegar a la solución final.
 - El orden, la claridad y la organización en la presentación de su código y resultados son fundamentales. Si el trabajo no es claro o está desorganizado, su respuesta podría no ser evaluada.
 - El uso de cualquier herramienta que no sea MATLAB Grader o el entorno indicado para el examen resultará en la anulación inmediata de su evaluación.
 - Está prohibido el uso de comandos como `clc`, `clear all`, y otros similares, a menos que se indique explícitamente lo contrario en las instrucciones del examen.
 - No se aceptarán reclamos derivados de errores en la denominación de variables. Esto incluye errores como el uso incorrecto de mayúsculas o minúsculas, omitir letras en los nombres de variables, o confundir un vector fila con uno columna y viceversa. Es su responsabilidad asegurarse de que su código respete rigurosamente la sintaxis y los nombres indicados en el enunciado del problema.
 - Cualquier violación de estas normas será motivo de sanción según el reglamento académico.

Pregunta 1 - Potencia generada por un aerogenerador

Una empresa de energías renovables desea estimar la potencia eléctrica generada por un aerogenerador de eje horizontal. La potencia depende del diámetro del rotor, la velocidad del viento, la densidad del aire y la eficiencia del equipo. Se consideran pérdidas mecánicas y eléctricas mediante un rendimiento global.

El montaje experimental incluye:

- Un anemómetro para medir la velocidad del viento v (m/s).
- Un medidor de densidad del aire ρ (kg/m³).
- El diámetro del rotor D (m) proporcionado por el fabricante.
- Valores tabulados del coeficiente de potencia C_p y del rendimiento global η .

El modelo matemático para la potencia eléctrica P (en vatios) es:

$$P = \frac{1}{2} \rho A v^3 C_p \eta, \quad \text{donde} \quad A = \frac{\pi D^2}{4}.$$

Por tanto,

$$P = \frac{\pi}{8} \rho D^2 v^3 C_p \eta.$$

Los valores medidos y sus incertidumbres son:

$$\begin{aligned}\rho &= 1.225 \text{ kg/m}^3 \pm 0.010 \text{ kg/m}^3 \\ D &= 40.0 \text{ m} \pm 0.5 \text{ m} \\ v &= 12.0 \text{ m/s} \pm 3\% \\ C_p &= 0.40 \\ \eta &= 0.85\end{aligned}$$

Realice lo siguiente:

- Halle el valor aproximado (nominal) de la potencia eléctrica P en vatios. Almacene el resultado en la variable `Pvalue`.
- Halle la contribución del diámetro D al error absoluto de P . Almacene el resultado en la variable `Dcontri`.
- Halle el error absoluto total al realizar la medición de P propagando las incertidumbres de ρ , D y v . Almacene el resultado en la variable `evalue`.
- Si el intervalo de confianza para el valor verdadero de P se toma como $[a, b] = [P_{\text{nom}} - \text{error total}, P_{\text{nom}} + \text{error total}]$, almacene dichos valores en un vector columna llamado `confianza` = $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$.

Pregunta 2 - Flujo Supersónico con Fricción en un Conducto Adiabático

Se analiza el flujo estacionario de un gas a través de un **conducto recto de sección constante**, bajo condiciones adiabáticas, considerando los efectos de la fricción en las paredes. Este tipo de flujo se conoce como **flujo de Fanno** y es relevante en conductos de alta velocidad, cámaras de prueba supersónicas y sistemas de propulsión. Para un gas ideal con razón de calores específicos γ , la relación de Fanno entre dos secciones del conducto puede escribirse como

$$F(M_1) - F(M_2) = \frac{f_D L}{D}, \quad (1)$$

donde M_1 es el número de Mach de entrada, M_2 es el número de Mach de salida, f_D es el factor de fricción de Darcy, L es la longitud del conducto y D es su diámetro hidráulico, donde la función de Fanno está definida por

$$F(M) = \frac{1 - M^2}{\gamma M^2} + \frac{\gamma + 1}{2\gamma} \ln \left[\frac{(\gamma + 1)M^2}{2 + (\gamma - 1)M^2} \right].$$

Despejar explícitamente M_2 de (1) no es posible debido a la presencia simultánea de términos racionales y del término logarítmico. Por ello, se define la función no lineal

$$g(M_2) = F(M_1) - F(M_2) - \frac{f_D L}{D}.$$

Los valores numéricos de los parámetros son:

$$\begin{aligned} M_1 &= 2.20 & \gamma &= 1.40 & f_D &= 0.020 \\ L &= 3.0 \text{ m} & D &= 0.30 \text{ m} \end{aligned}$$

Realice lo siguiente:

- Utilice la función **fzero** para resolver la ecuación no lineal $g(M_2) = 0$. Use un valor semilla $M_2^{(0)} = 1.6$, almacene el valor aproximado de la raíz M_2^* en la variable **Ans_fzero**.
- Aplique el método de bisección para resolver la ecuación $g(M_2) = 0$. Use el intervalo $[a, b] = [1.10, 2.10]$ y una tolerancia de 10^{-6} en el error absoluto. Almacene el valor aproximado de la raíz $\tilde{M}_2$ y el residuo final en el vector fila **Ans_biseccion** = $[\tilde{M}_2 \quad |g(\tilde{M}_2)|]$.
- Aplique el método de Newton-Raphson para resolver la ecuación $g(M_2) = 0$, utilizando como semilla inicial $M_2^{(0)} = 2.10$ con una tolerancia de 10^{-6} en el **error absoluto** (deberá modificar el código de la función **newton**). Almacene el valor aproximado de la raíz $\tilde{M}_2$ y el residuo final en el vector fila **Ans_newton** = $[\tilde{M}_2 \quad |g(\tilde{M}_2)|]$.
- Identifique el menor residuo obtenido entre b) y c), luego use su correspondiente aproximación $\tilde{M}_2$ para calcular la relación de temperatura estática:

$$r_T(\tilde{M}_2) = \frac{2 + (\gamma - 1)M_1^2}{2 + (\gamma - 1)\tilde{M}_2^2}.$$

Si el valor experimental $r_T^{(\text{exp})} = 1.3050$, calcule el error relativo porcentual de $r_T(\tilde{M}_2)$ y almacene dicho **resultado numérico** en la variable **Ans_rt** (sin incluir el símbolo %).

Pregunta 3 - Equilibrio Térmico No Lineal con Convección Dependiente

Se analiza el equilibrio térmico de una superficie que intercambia energía con su entorno mediante radiación y convección por medio de un sistema acoplado no lineal entre la temperatura de equilibrio T y el coeficiente de convección h . En ciertos regímenes de convección natural, el coeficiente de convección h depende de la diferencia de temperatura del sistema con su entorno. Con estas consideraciones, el sistema no lineal queda definido como:

$$\begin{cases} F_1(T, h) = Q - \varepsilon\sigma T_\infty^4 - (4\varepsilon\sigma T_\infty^3 + h)(T - T_\infty) = 0 \\ F_2(T, h) = h - h_0(1 + \alpha(T - T_\infty)^{1/4}) = 0 \end{cases}$$

donde Q es el balance energético del sistema, ε es la emisividad, σ es la constante de Stefan-Boltzmann, h_0 es el coeficiente de convección de referencia y T_∞ es la temperatura del ambiente. Para nuestro caso, considere los siguientes valores numéricos:

$$\begin{array}{lll} Q = 900 \text{ W/m}^2 & \varepsilon = 0.85 & \sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4 \\ T_\infty = 300 \text{ K} & h_0 = 5.0 \text{ W/m}^2\text{K} & \alpha = 0.12 \end{array}$$

Realice lo siguiente:

- a) Estime gráficamente una solución (T, h) usando una malla: $T \in [300 : 2 : 500]$, $h \in [5 : 0.5 : 20]$. Busque un punto $(T_{\text{graf}}, h_{\text{graf}})$, de la malla, tal que $\|\mathbf{F}(T_{\text{graf}}, h_{\text{graf}})\|_\infty$ sea mínimo, donde $\mathbf{F} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix}$. Almacene el resultado en el vector columna: $\mathbf{Tgraf} = \begin{bmatrix} T_{\text{graf}} \\ h_{\text{graf}} \end{bmatrix}$. *Sugerencia:* Puede usar un doble bucle para estimar el mínimo de $\mathbf{F}$.
- b) Aplique el método de punto fijo usando el punto semilla $\mathbf{p}^{(0)} = \begin{bmatrix} T^{(0)} \\ h^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 330 \\ 6 \end{bmatrix}$ y tolerancia 10^{-6} en el error relativo, con el siguiente sistema iterativo:

$$\begin{aligned} T^{(k+1)} &= T_\infty + \frac{Q - \varepsilon\sigma T_\infty^4}{4\varepsilon\sigma T_\infty^3 + h^{(k)}} \\ h^{(k+1)} &= h_0(1 + \alpha(T^{(k)} - T_\infty)^{1/4}) \end{aligned}$$

Almacene la solución obtenida por el método $(\tilde{T}, \tilde{h})^T$ en un vector columna de variable **Tpf**.

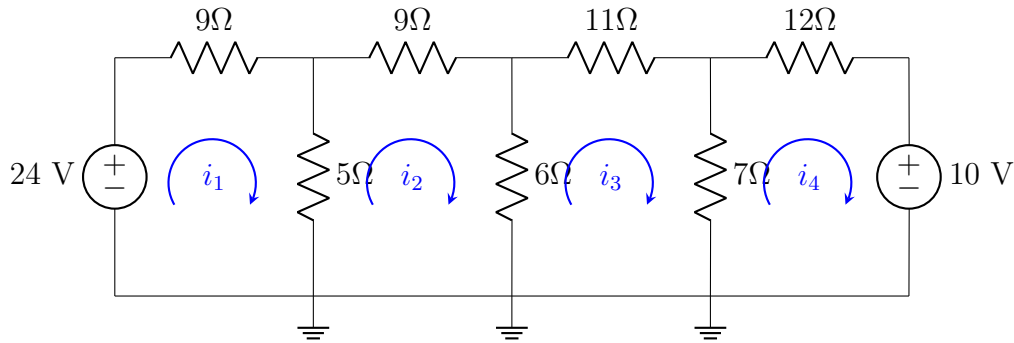
- c) Considerando como valor verdadero a la estimación hallada por el método de punto fijo, halle el error relativo δ_T que hay entre los vectores columna que resultaron de a) y b). Almacene la dicho error relativo δ_T en la variable **deltaT**. *Sugerencia:* Use la definición de error relativo en términos de la norma infinito $\|\cdot\|_\infty$ como criterio de proximidad.
- d) Se define la temperatura radiativa equivalente del aporte convectivo como:

$$\Theta(T, h) = \left[T_\infty^4 + \frac{h(T - T_\infty)}{\varepsilon\sigma} \right]^{1/4}.$$

Considerando como valor verdadero a la estimación hallada por el método de punto fijo determine el error relativo δ_Θ de la temperatura radiativa $\Theta(T_{\text{graf}}, h_{\text{graf}})$ y almacene dicho resultado la variable **deltaTheta**.

Pregunta 4 - Red Eléctrica Resistiva con Acoplamiento entre Mallas

Se analiza una red eléctrica de corriente continua formada por cuatro mallas acopladas mediante resistencias compartidas. Este tipo de modelo aparece en redes resistivas de potencia, arreglos de sensores eléctricos y circuitos equivalentes usados para representar acoplamientos disipativos entre subsistemas.



Las corrientes de malla i_1, i_2, i_3, i_4 se consideran en sentido horario. Debido a la presencia de resistencias compartidas, las caídas de tensión dependen de diferencias de corrientes entre mallas vecinas. Aplicando la ley de voltajes de Kirchhoff, el sistema lineal asociado puede escribirse como:

$$\mathbf{A}\mathbf{i} = \mathbf{b}, \quad \Longleftrightarrow \quad \begin{bmatrix} a_{11} & -5 & 0 & 0 \\ -5 & a_{22} & -6 & 0 \\ 0 & -6 & 24 & a_{34} \\ 0 & 0 & a_{43} & 19 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24 \\ 0 \\ 0 \\ b_4 \end{bmatrix}.$$

La matriz $\mathbf{A}$ proviene de las resistencias propias de cada malla y de las resistencias compartidas entre mallas adyacentes. Los términos negativos fuera de la diagonal representan el acoplamiento eléctrico entre corrientes de malla vecinas.

Realice lo siguiente:

- Identifique los elementos a_{11} , a_{22} , a_{34} y b_4 del sistema matricial. Almacene los valores en el vector fila de variable `val` = $[a_{11} \ a_{22} \ a_{34} \ b_4]$.
- Verifique si la matriz $\mathbf{A}$ es diagonal estrictamente dominante. Almacene el resultado en la variable `dd`.
Use `dd` = 1 si la matriz es estrictamente diagonal dominante y `dd` = 0 en caso contrario.
- Halle el radio espectral de la matriz de iteración de Jacobi $\mathbf{T}_j$ y de la matriz de iteración de Gauss-Seidel $\mathbf{T}_{gs}$. Determine si cada método converge usando el criterio del radio espectral. Almacene los resultados en la matriz: `conv` = $\begin{bmatrix} \rho(\mathbf{T}_j) & \text{OP}_j \\ \rho(\mathbf{T}_{gs}) & \text{OP}_{gs} \end{bmatrix}$, donde `OP` = 1 si el método converge y `OP` = 0 si no converge.
- Aplique el método de Jacobi y Gauss-Seidel para resolver el sistema $\mathbf{A}\mathbf{i} = \mathbf{b}$, usando $\mathbf{i}^{(0)} = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$, y `Tol` = 10^{-5} . en el error relativo. Almacene la solución aproximada en la matriz `resT` = $\begin{bmatrix} \mathbf{x}_j & \mathbf{x}_{gs} \\ n_j & n_{gs} \end{bmatrix}_{5 \times 2}$, donde $\mathbf{x}_j$, $\mathbf{x}_{gs}$ corresponden a vectores columna con la solución aproximada por los métodos de Jacobi y Gauss-Seidel respectivamente, mientras que n_j , n_{gs} corresponden al número de iteraciones empleados por los respectivos métodos. *Importante:* Puede modificar los códigos de las funciones `jacobi` y `gausseidel` para obtener el número de iteraciones.