

Duración: 90 minutos

Fecha: 29 de enero del 2026

-
- El examen consta de 4 problemas, cada uno con un valor de 5 puntos, sumando un total de 20 puntos.
 - Está estrictamente prohibido el uso de cartucheras, calculadoras, notas o cualquier otro tipo de material adicional. No se permite el préstamo de ningún material durante el examen.
 - Si considera que alguna pregunta está mal planteada o contiene errores, envíe su solución en formato `.mlx` al correo del curso, indicando claramente su sección, el número de la pregunta y el código ID de la pregunta. Que se acepte o no su corrección dependerá de la revisión final.
 - Todos los reclamos deberán hacerse rescatando su ID y llenando el formulario proporcionado en la tarea de Examen Laboratorio 01 de Canvas. El formulario deberá completarse dentro del tiempo indicado para poder ser considerado.
 - Justifique detalladamente cada uno de sus pasos y las decisiones tomadas en su código para llegar a la solución final.
 - El orden, la claridad y la organización en la presentación de su código y resultados son fundamentales. Si el trabajo no es claro o está desorganizado, su respuesta podría no ser evaluada.
 - El uso de cualquier herramienta que no sea MATLAB Grader o el entorno indicado para el examen resultará en la anulación inmediata de su evaluación.
 - Está prohibido el uso de comandos como `clc`, `clear all`, y otros similares, a menos que se indique explícitamente lo contrario en las instrucciones del examen.
 - No se aceptarán reclamos derivados de errores en la denominación de variables. Esto incluye errores como el uso incorrecto de mayúsculas o minúsculas, omitir letras en los nombres de variables, o confundir un vector fila con uno columna y viceversa. Es su responsabilidad asegurarse de que su código respete rigurosamente la sintaxis y los nombres indicados en el enunciado del problema.
 - Cualquier violación de estas normas será motivo de sanción según el reglamento académico.

Pregunta 1 - Viscosidad dinámica de un aceite (Teoría de Errores)

Una empresa de lubricantes necesita caracterizar la viscosidad de un nuevo aceite sintético desarrollado para sistemas hidráulicos de alta precisión. Para ello, se dispone de un banco de ensayos con una tubería recta horizontal de acero inoxidable, por la cual se hace circular el aceite en condiciones de flujo laminar (Número de Reynolds < 2000), garantizando que se cumple la ley de Hagen–Poiseuille en la que se basa el modelo dado.

El montaje experimental consta de:

- Un tramo recto de tubería de longitud L (en m) entre dos puntos de medición de presión.
- Manómetros diferenciales de alta precisión para medir la caída de presión P (en Pa).
- Un medidor de flujo másico, del cual se deduce la velocidad media v (en m/s).
- Un calibrador láser para medir el diámetro interno D (en m) de la tubería.

Siendo el modelo matemático para calcular la viscosidad dinámica μ (en Pa·s),

$$\mu = \frac{PD^2}{32vL}$$

y los valores medidos:

$$P = 1500 \text{ Pa} \pm 10 \text{ Pa}$$

$$D = 0.04 \text{ m}$$

$$v = 0.08 \text{ m/s} \pm 0.003 \text{ m/s}$$

$$L = 1.2 \text{ m} \pm 1.25 \%$$

Realice lo siguiente:

- Halle el valor aproximado de la viscosidad dinámica μ , almacene su respuesta en la variable `uvalue`.
- Halle la contribución de la velocidad media en el cálculo del error absoluto al realizar la medición de μ , almacene su respuesta en la variable `vcontri`.
- Halle el error absoluto al realizar la medición de la magnitud μ , almacene su respuesta en la variable `evalue`.
- Si el intervalo de la forma $[a, b]$ es el intervalo de confianza para el valor verdadero de μ , almacene dichos valores en el vector columna `confianza` = $\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$.

Pregunta 2 - Flujo en Canal Circular (Ecuaciones No Lineales)

Se considera un **canal circular** de diámetro D que transporta agua **parcialmente lleno** en régimen permanente y uniforme. La geometría del flujo se describe mediante el **ángulo central mojado** θ (en radianes). El **tirante de agua** y , medido desde el punto más bajo del canal, se relaciona con el ángulo θ mediante la expresión:

$$y = \frac{D}{2} \left[1 - \cos \left(\frac{\theta}{2} \right) \right], \quad 0 < \theta < 2\pi$$

El caudal que circula por el canal circular se modela mediante la **ecuación de Manning**: $Q = \frac{1}{n} A R_H^{2/3} S^{1/2}$, donde Q es el caudal, n el coeficiente de rugosidad de Manning, S la pendiente del canal, A el área mojada, P el perímetro mojado y R_H el radio hidráulico. Para un canal circular parcialmente lleno, las expresiones geométricas vienen dadas por:

$$A(\theta) = \frac{D^2}{8} (\theta - \sin \theta), \quad R_H(\theta) = \frac{D}{4} \left(1 - \frac{\sin \theta}{\theta} \right)$$

Sustituyendo estas expresiones en la ecuación de Manning, se obtiene la ecuación no lineal final, escrita únicamente en función del ángulo θ :

$$f(\theta) = \frac{1}{n} A(\theta) [R_H(\theta)]^{2/3} S^{1/2} - Q$$

Los valores numéricos de los parámetros son:

$$D = 1 \text{ m}, \quad Q = 0.15 \text{ m}^3/\text{s}, \quad n = 0.013, \quad S = 0.002$$

Realice lo siguiente:

- Utilice la función **fzero** para resolver la ecuación no lineal $f(\theta) = 0$. Use un valor semilla $\theta^{(0)} = 1$, almacene el valor aproximado de la raíz θ^* junto con el valor del residuo $|f(\theta^*)|$ en el vector fila **fzero_results** = $[\theta^* \quad |f(\theta^*)|]$.
- Aplice el método de bisección para resolver la ecuación $f(\theta) = 0$. Use el intervalo $[a, b] = [1, 4]$ y una tolerancia de 10^{-6} en el error absoluto. Almacene el valor aproximado de la raíz θ^* y el residuo final en el vector fila **bisection_results** = $[\theta^* \quad |f(\theta^*)|]$.
- Aplice el método de Newton para resolver la ecuación $f(\theta) = 0$, utilizando una semilla inicial igual al extremo b del intervalo del ítem anterior y modifique el código de la función **newton** para utilizar una tolerancia de 10^{-6} en el **error absoluto**. Almacene el valor aproximado de la raíz θ^* y el residuo final en el vector fila **newton_results** = $[\theta^* \quad |f(\theta^*)|]$.
- Luego de identificar el mejor método (menor residuo) use la correspondiente aproximación θ^* para calcular el valor del tirante (y) usando la primera ecuación y almacénelo en la variable **tirante**.

Pregunta 3 - Péndulo doble rotante (Sistema de Ecuaciones No Lineales)

Un péndulo doble rota con velocidad angular ω alrededor de un eje vertical (como un regulador centrífugo). En equilibrio, los dos péndulos forman los ángulos x_1 y x_2 con el eje vertical. Se puede demostrar que los ángulos están determinados por el sistema:

$$\tan x_1 - k(2 \sin x_1 + \sin x_2) = 0,$$

$$\tan x_2 - 2k(\sin x_1 + \sin x_2) = 0,$$

donde

$$k = \frac{l\omega^2}{2g}$$

Realice lo siguiente:

- a) Verifique si la **matriz Jacobiana** es **singular** en $x_1 = x_2 = 0$ cuando

$$k = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Asigne la variable numérica **op** = 0 si no se verifica la singularidad y **op** = 1 si se verifica la singularidad. **Nota:** Use cálculo simbólico de Matlab para obtener cálculos exactos.

- b) Resuelva mediante el **método de Newton** el sistema para $k = 0.3$, usando como aproximación inicial $x_1 = 0.18$, $x_2 = 0.25$ y una tolerancia de 0.0001. Asigne la solución aproximada al vector columna **xnew**.
- c) Resuelva mediante el **método de Newton** el sistema para $k = 0.3$, usando como aproximación inicial $x_1 = 0.18$, $x_2 = 0.25$ y una tolerancia de 0.0001. Asigne la cantidad de iteraciones realizadas a la variable numérica **niter**.
- d) Determine las soluciones con una **tolerancia de 0.0001** para

$$k = 0.30, 0.31, \dots, 0.35, 0.4, 0.5, \dots, 0.9, 1, 2, 3, 4, 5, 10, 15, 20.$$

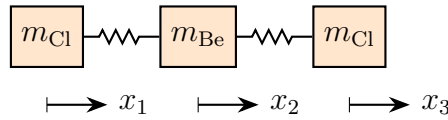
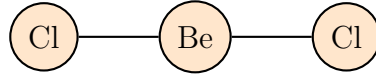
Para $k = 0.3$ use como aproximación inicial $x_1 = 0.18$, $x_2 = 0.25$, mientras que para $k > 0.3$ use el resultado obtenido para el k anterior como aproximación inicial para el k actual. Registre las soluciones aproximadas en una matriz numérica **xsol** donde la primera columna guarda los valores de x_1 y la segunda columna guarda los valores de x_2 .

Pregunta 4 - Equilibrio estático en BeCl₂

Modele la molécula BeCl₂ como tres masas alineadas conectadas por dos resortes idénticos de constante k , en el orden Cl – Be – Cl. Una interacción externa ejerce fuerzas axiales (F_1, F_2, F_3) sobre los átomos. Suponiendo pequeñas deformaciones, el equilibrio estático satisface

$$k \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix},$$

donde x_1, x_2, x_3 son los desplazamientos axiales de los átomos (ver figura).



Realice lo siguiente:

- Determine si el sistema anterior (la molécula está libre, sin restricción externa de posición) no tiene solución única. Asigne la variable numérica `op` = 0 si no hay solución única y `op` = 1 si hay solución única.
- Imponga la condición de referencia $x_1 = 0$ (átomo de Cl fijo) y nos quedamos con un **sistema de ecuaciones conformado por la segunda y tercera ecuación**. Considere los valores de los parámetros:

$$k = 180 \text{ N/m}, \quad F_1 = 1.2 \times 10^{-9} \text{ N}, \quad F_2 = 0 \text{ N}, \quad F_3 = -1.2 \times 10^{-9} \text{ N}.$$

Si se quiere resolver mediante el método iterativo de **Gauss-Seidel**, determine si el método es convergente. Halle el valor del radio espectral de la matriz de iteración de Gauss-Seidel, luego asigne la variable numérica `conv` = 0 si no hay convergencia y `conv` = 1 si hay convergencia.

- Resuelva el ítem (b) mediante el método iterativo de **Jacobi** con punto semilla $x_2 = 1, x_3 = 1$ y una tolerancia de 0.00001. Asigne la solución aproximada $\begin{bmatrix} x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$ al vector columna `xjac`.
- Usando los valores del ítem c), determine las fuerzas internas en los enlaces:

$$T_{12} = k(x_2 - x_1), \quad T_{23} = k(x_3 - x_2).$$

Guarde el vector de fuerzas $\begin{bmatrix} T_{12} \\ T_{23} \end{bmatrix}$ en el vector columna `Tvec`.