

EXAMEN DE LABORATORIO EL1

Métodos Numéricos

19 de enero de 2026

- El examen consta de 5 problemas, cada uno con un valor de 4 puntos, sumando un total de 20 puntos. La duración del examen será de 90 minutos.
- Está estrictamente prohibido el uso de cartucheras, calculadoras, notas o cualquier otro tipo de material adicional. No se permite el préstamo de ningún material durante el examen.
- No se responderán consultas durante el examen. Si considera que alguna pregunta está mal planteada o contiene errores, envíe su solución en formato `.mlx` al correo del curso, indicando claramente su sección y el número de la pregunta. Esta corrección deberá enviarse dentro del tiempo asignado para el examen, y será evaluada posteriormente. Que se acepte o no su corrección dependerá de la revisión final.
- Justifique detalladamente cada uno de sus pasos y las decisiones tomadas en su código para llegar a la solución final.
- El orden, la claridad y la organización en la presentación de su código y resultados son fundamentales. Si el trabajo no es claro o está desorganizado, su respuesta podría no ser evaluada.
- El uso de cualquier herramienta que no sea MATLAB Grader o el entorno indicado para el examen resultará en la anulación inmediata de su evaluación.
- Está prohibido el uso de comandos como `clc`, `clear all`, y otros similares, a menos que se indique explícitamente lo contrario en las instrucciones del examen.
- No se aceptarán reclamos derivados de errores en la denominación de variables. Esto incluye errores como el uso incorrecto de mayúsculas o minúsculas, omitir letras en los nombres de variables, o confundir un vector fila con uno columna y viceversa. Es su responsabilidad asegurarse de que su código respete rigurosamente la sintaxis y los nombres indicados en el enunciado del problema.
- Todos los reclamos deberán hacerse rescatando su ID y llenando el formulario proporcionado en los módulos de la semana 7 de Canvas. El formulario deberá completarse dentro del tiempo indicado para poder ser considerado.
- Cualquier violación de estas normas será motivo de sanción según el reglamento académico.

1. Propagación de errores - Potencia de bomba centrífuga

Para una bomba que descarga un caudal Q contra una altura manométrica H con eficiencia hidráulica η , la potencia de eje P se modela como:

$$P = \rho g \frac{QH}{\eta}$$

Considere:

- $Q = 0.085 \pm 0.002$ (m³/s, error absoluto)
- $H = 18.0 \pm 1.5$ % (m, error relativo porcentual)
- $\eta = 0.78 \pm 0.02$ (adimensional, error absoluto)
- $\rho = 1000$ kg/m³ (densidad del agua, valor fijo)
- $g = 9.81$ m/s² (aceleración de la gravedad, valor fijo)

Objetivo: Estimar la potencia y analizar la propagación del error.

Tareas:

- a) Estime P con valores nominales y guárdelo en **P_est**.
- b) Estime el error absoluto **errAbs_P** y el error relativo porcentual **errRelPct_P** aplicando propagación de errores.
- c) Calcule la contribución porcentual de cada variable $[Q, H, \eta]$ al error total y guárdelo en **contr1**.

*Nota: **contr1** debe ser un vector fila cuya suma sea 100 %.*

2. Ecuaciones no lineales - Factor de fricción en tuberías rugosas (Colebrook-White)

En pérdidas de carga por fricción, el factor de Darcy-Weisbach f satisface la ecuación implícita de Colebrook-White:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log_{10} \left(\frac{\epsilon/D}{3.7} + \frac{2.51}{\text{Re} \sqrt{f}} \right)$$

donde ϵ/D es la rugosidad relativa y Re el número de Reynolds.

Considere: $\text{Re} = 2.5\text{e}5$ y $\epsilon/D = 2.0\text{e-}4$. Se desea encontrar el valor turbulento de f en el intervalo $[0.008, 0.06]$.

Actividades a realizar:

- Defina la función no lineal $g(f)$ y represéntela gráficamente en el intervalo dado con 1000 puntos. A partir de la gráfica, obtenga una estimación de f y guárdela en la variable **fgrf**.
- Aplique el método de **bisección** en el intervalo $[0.008, 0.06]$ con 50 iteraciones. Guarde en el vector columna **fb1sec** el valor de f en cada iteración, considerando la iteración 0. El último valor debe ser la mejor aproximación de la raíz.
- Resuelva el mismo problema con el método de **Newton-Raphson** (tolerancia $1\text{e-}6$), usando como condición inicial el extremo del intervalo $[0.008, 0.06]$ que esté más cercano a **fgrf**. Guarde en el vector columna **fnewton** el valor de f en cada iteración, considerando la iteración 0. El último valor debe ser la mejor estimación final.
- Defina la variable **niter** como el número de iteraciones empleadas en el método de Newton.

3. Sistemas de Ecuaciones No Lineales - Balance de energía y masa en un tanque de mezcla isotérmico

En un tanque de mezcla se estudian tres variables:

- T : temperatura del tanque (K)
- C_A : concentración del reactivo A (mol/L)
- C_B : concentración del producto B (mol/L)

El comportamiento estacionario se describe con el siguiente sistema no lineal $\mathbf{F}(\mathbf{X}) = \mathbf{0}$:

$$\begin{cases} T - 0.20C_A - 15 \ln(1 + 0.01C_B) - 320 = 0 \\ 0.003T^2 + 0.75C_A - 0.40C_B - 250 = 0 \\ e^{-0.004(T+C_A)} - 0.015TC_B + 60 = 0 \end{cases}$$

Vector de incógnitas: $\mathbf{X} = [T, C_A, C_B]^T$. **Punto inicial:** $\mathbf{X}^{(0)} = [350, 50, 20]^T$.

Tolerancias:

- Error relativo: Tol = 1e-5
- Norma de $\mathbf{F}$: $F_Tol = 1e-4$
- Criterio de parada: $\|\delta^{(k)}\|_\infty \leq Tol$ y $\|\mathbf{F}(\mathbf{X}^{(k)})\|_\infty \leq F_Tol$

Reordenamiento para punto fijo:

$$\begin{cases} T = 0.20C_A + 15 \ln(1 + 0.01C_B) + 320 \\ C_A = \frac{250 - 0.003T^2 + 0.40C_B}{0.75} \\ C_B = \frac{e^{-0.004(T+C_A)} + 60}{0.015T} \end{cases}$$

Preguntas:

- Defina la función vectorial $\mathbf{F}(\mathbf{X})$ y calcule $\|\mathbf{F}(\mathbf{X}^{(0)})\|_\infty$. Guarde el resultado en **Fval**.
- Formule la función de punto fijo $\mathbf{G}(\mathbf{X})$ con las tres ecuaciones reordenadas y calcule $\|\mathbf{G}(\mathbf{X}^{(0)})\|_\infty$. Guarde el resultado en **Gval**.
- Resuelva el sistema mediante el **método de punto fijo** considerando el criterio de parada. Guarde la solución en el vector columna **Tsol**.
- Halle el número de iteraciones necesarias para alcanzar la aproximación **Tsol** y guárdelo en **niter**.

4. Sistema de ecuaciones lineales - Modelo masa resorte

A partir de un sistema masa-resorte, se obtiene un sistema lineal $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ para hallar los desplazamientos. Resuélvalo con el **método de Jacobi**.

Modelo matemático:

$$\begin{aligned}10x_1 - 1x_2 + 2x_3 + 0x_4 &= 27 \\ -2x_1 + 12x_2 - 1x_3 + 3x_4 &= -15 \\ 1x_1 - 2x_2 + 15x_3 - 2x_4 &= 36 \\ 0x_1 + 1x_2 - 3x_3 + 11x_4 &= 10\end{aligned}$$

Parámetros numéricos:

- $\mathbf{x}^{(0)} = [0; 0; 0; 0]$
- $\text{Tol} = 1\text{e-}6$

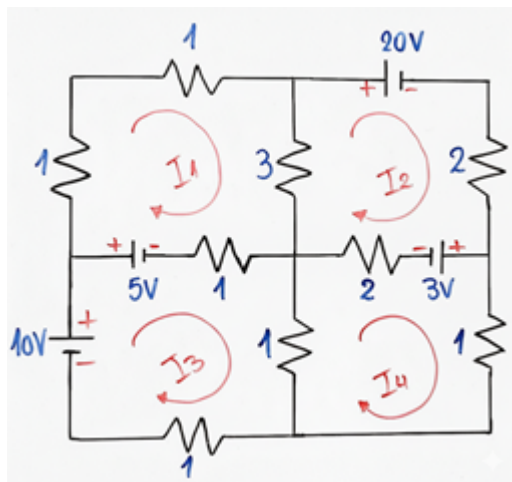
Objetivo: Aplicar Jacobi con la función local `jacobi(A, b, x0, Tol)` para aproximar $\mathbf{x}^*$.

Indicaciones operativas:

- Ejecute Jacobi con $\mathbf{x}^{(0)} = [0, 0, 0, 0]^T$. Asigne los resultados finales según:
 - `x_sol`: vector columna de la solución aproximada.
 - `NumIter`: Número de iteraciones efectivas.
 - `err_rel`: error relativo cometido en la última iteración.
 - `rho_j`: radio espectral de la matriz de iteración de Jacobi.

5. Aplicaciones SEL - Circuitos eléctricos

A partir de la imagen del circuito eléctrico se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones de mallas para las corrientes I_1, I_2, I_3, I_4 :



$$\begin{bmatrix} 6 & -3 & -1 & 0 \\ -3 & 7 & 0 & -2 \\ -1 & 0 & m & -1 \\ 0 & -2 & -1 & n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -23 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix}$$

donde m y n corresponden a los coeficientes de la diagonal de las ecuaciones de las mallas 3 y 4 respectivamente.

Se pide lo siguiente:

- Halle los valores de m y n a partir del circuito y calcule el valor de $m + n$. Guárdelo en la variable `vprueba`.
- Determine si la matriz del sistema es diagonal estrictamente dominante por filas. Si lo es, asigne a la variable `op` el valor 1, en caso contrario asigne el valor 0.
- Calcule el radio espectral de la matriz de iteración de **Gauss-Seidel** y guárdelo en la variable `rhoTgs`.
- Si el método de Gauss-Seidel es convergente, asigne a la variable `conv` el valor 1, en caso contrario el valor 0.