

Código de Alumno:

--	--	--	--	--	--	--	--

Duración: 30 minutos

Fecha: 11 de junio de 2026

Instrucciones: Complete sus respuestas *únicamente* dentro de los recuadros. No se permiten borradores. Trabaje con **4 decimales** salvo indicación contraria. La falta del código de alumno implica una calificación de **0**. Revise **ambas caras** de la hoja. El uso de lápiz **anula el derecho a reclamo**. Se permite únicamente calculadora científica de dos líneas no programable, mas no de apuntes.

1. [9 pts] Considere la integral:

$$I = \int_6^9 \frac{4 \sin\left(\frac{x}{3}\right)}{1 + e^{-x}} dx, \quad I_{\text{exacta}} = 6.8792$$

Efectúe lo siguiente:

a) [2 pts] Escriba la expresión que se obtiene con el método de Trapecio compuesto para la integral con $n = 4$ subintervalos:

$$\int_a^b f(x) dx \approx$$

Escriba el resultado de aplicar la expresión anterior: $I_{\text{Trapecio}} =$

b) [5 pts] Complete la tabla de Romberg con orden $k = 4$, es decir, error $\mathcal{O}(h^8)$.

$$I(j, k) = \frac{4^{k-1}}{4^{k-1} - 1} I_{(j+1, k-1)} - \frac{1}{4^{k-1} - 1} I_{(j, k-1)}.$$

	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$	$k = 4$
$j = 1$	6.2889	6.8816	6.8793	
$j = 2$	6.7334	6.8794		
$j = 3$		6.8792		
$j = 4$	6.8701			

c) [1 pts] Indique el resultado: $I_{\text{Romberg}} =$

d) [1 pts] De acuerdo con la teoría, ¿el resultado es exacto? (Sí/No)

2. [11 pts] De acuerdo con la integral de la pregunta anterior:

$$I = \int_6^9 \frac{4 \sin\left(\frac{x}{3}\right)}{1 + e^{-x}} dx, \quad I_{\text{exacta}} = 6.8792$$

Efectúe lo siguiente:

- a) [3 pts] Realice el cambio de variable para obtener límites de integración entre -1 y 1 .
- b) [2 pts] Identifique la función $g(z)$ cuyos límites de integración están entre -1 y 1 .
- c) [3 pts] Aplique la Cuadratura Gaussiana con 3 puntos. Considere los siguientes pesos y puntos:

$$c_0 = \frac{5}{9}, \quad c_1 = \frac{8}{9}, \quad c_2 = \frac{5}{9}, \quad z_0 = -\sqrt{\frac{3}{5}}, \quad z_1 = 0, \quad z_2 = \sqrt{\frac{3}{5}}$$

- d) [1 pts] Responda: de acuerdo con la teoría, ¿el resultado es exacto?

