

Código de Alumno:

--	--	--	--	--	--	--	--

Duración: 30 minutos

Fecha: 11 de junio de 2026

Instrucciones: Complete sus respuestas *únicamente* dentro de los recuadros. No se permiten borradores. Trabaje con **4 decimales** salvo indicación contraria. La falta del código de alumno implica una calificación de **0**. Revise **ambas caras** de la hoja. El uso de lápiz **anula el derecho a reclamo**. Se permite únicamente calculadora científica de dos líneas no programable, mas no de apuntes.

1. [9 pts] Considere la integral:

$$I = \int_2^6 \frac{5 \cos\left(\frac{x}{4}\right)}{1 + e^{-x}} dx, \quad I_{\text{exacta}} = 9.9105$$

Efectúe lo siguiente:

- a) [2 pts] Escriba la expresión que se obtiene con el método de Trapecio compuesto para la integral con $n = 4$ subintervalos:

$$\int_a^b f(x) dx \approx \boxed{\phantom{\int_a^b f(x) dx \approx \text{[expresión]}}}$$

Escriba el resultado de aplicar la expresión anterior: $I_{\text{Trapecio}} =$

--

- b) [5 pts] Complete la tabla de Romberg con orden $k = 4$, es decir, error $\mathcal{O}(h^8)$.

$$I(j, k) = \frac{4^{k-1}}{4^{k-1} - 1} I_{(j+1, k-1)} - \frac{1}{4^{k-1} - 1} I_{(j, k-1)}.$$

	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$	$k = 4$
$j = 1$	8.4354	9.8862	9.9107	<table border="1" style="width: 100px; height: 30px;"></table>
$j = 2$	9.5235	9.9092	<table border="1" style="width: 100px; height: 30px;"></table>	<table border="1" style="width: 100px; height: 30px;"></table>
$j = 3$	<table border="1" style="width: 100px; height: 30px;"></table>	9.9104	<table border="1" style="width: 100px; height: 30px;"></table>	<table border="1" style="width: 100px; height: 30px;"></table>
$j = 4$	9.8860	<table border="1" style="width: 100px; height: 30px;"></table>	<table border="1" style="width: 100px; height: 30px;"></table>	<table border="1" style="width: 100px; height: 30px;"></table>

- c) [1 pts] Indique el resultado: $I_{\text{Romberg}} =$

--

- d) [1 pts] De acuerdo con la teoría, ¿el resultado es exacto?

--

 (Sí/No)

2. [11 pts] De acuerdo con la integral de la pregunta anterior:

$$I = \int_2^6 \frac{5 \cos\left(\frac{x}{4}\right)}{1 + e^{-x}} dx, \quad I_{\text{exacta}} = 9.9105$$

complete el procedimiento solicitado en el recuadro de desarrollo.

- a) [3 pts] Realice el cambio de variable para transformar los límites de integración del intervalo $[2, 6]$ al intervalo $[-1, 1]$.
- b) [3 pts] Identifique la función transformada $g(z)$, de modo que:

$$I = \int_{-1}^1 g(z) dz.$$

- c) [4 pts] Aplique la Cuadratura Gaussiana con 3 puntos. Para ello, utilice la siguiente fórmula:

$$\int_{-1}^1 g(z) dz \approx c_0 g(z_0) + c_1 g(z_1) + c_2 g(z_2).$$

Considere los siguientes pesos y puntos:

$$c_0 = \frac{5}{9}, \quad c_1 = \frac{8}{9}, \quad c_2 = \frac{5}{9},$$

$$z_0 = -\sqrt{\frac{3}{5}}, \quad z_1 = 0, \quad z_2 = \sqrt{\frac{3}{5}}.$$

- d) [1 pts] De acuerdo con la teoría de la Cuadratura Gaussiana, responda: ¿el resultado obtenido debe ser exacto? Justifique brevemente.

