

2026-0

Instrucciones: Rellene sus respuestas *únicamente* dentro de los recuadros, **prohibido** hacer borrones, durante la evaluación no hay preguntas, trabaje con **4 decimales** (obligatorio), en caso de no colocar su nombre, tendrá calificación 0 sin lugar a reclamo. Revise ambas caras.

1. Se quiere calcular la integral:

$$I = \int_a^b f(x) \, dx = \int_1^5 \frac{\cos^2(x-1)}{x+1} dx$$

Efectúe lo siguiente:

a) Calcule el valor de la integral numérica utilizando el método de cuadratura gaussiana. De ser necesario, defina el cambio de variable siguiente:

$x =$

$$dx =$$

Identifique la función $g(z)$ en:

$$\int_a^b f(x) \, dx = \int_{-1}^1 g(z) \, dz \quad \text{donde} \quad g(z) =$$

Calcule el valor aproximado de la integral usando cuadratura gaussiana con 2 puntos:

$$I_{\text{gauss},2\text{p}} =$$

Calcule el valor aproximado de la integral usando cuadratura gaussiana con 3 puntos:

$$I_{\text{gauss,3p}} =$$

- b) Complete la tabla de integración numérica mediante el algoritmo de Romberg de orden 3 (error $\mathcal{O}(h^6)$):

	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
$j = 1$			
$j = 2$	0.6578		*
$j = 3$		*	*

Luego, entregue el resultado:

$$I_{\text{Romberg}} = \boxed{}$$

- c) Compare los resultados obtenidos mediante los 2 métodos: cuadratura Gaussiana con 2 puntos, cuadratura Gaussiana con 3 puntos y algoritmo de Romberg con respecto del valor exacto

$$I_{\text{Exacto}} = 0.6153$$

Luego, determine cuál método proporciona una mejor estimación. (Escriba *Gauss 2p*, *Gauss 3p* o *Romberg*)

- El método que proporciona una mejor estimación es:

Observación: Referente a los pesos y nodos para la cuadratura gaussiana, consulte la tabla siguiente:

Puntos	c_0	c_1	c_2	z_0	z_1	z_2
2	1	1		$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	
3	$\frac{5}{9}$	$\frac{8}{9}$	$\frac{5}{9}$	$-\sqrt{\frac{3}{5}}$	0	$\sqrt{\frac{3}{5}}$

Método de integración de Romberg:

$$I(j, k) = \frac{4^{k-1}}{4^{k-1} - 1} I(j+1, k-1) - \frac{1}{4^{k-1} - 1} I(j, k-1)$$