

Código de Alumno:

--	--	--	--	--	--	--	--

Duración: 30 minutos

Fecha: 28 de mayo de 2026

Instrucciones: Complete sus respuestas *únicamente* dentro de los recuadros. No se permiten borradores. Trabaje con **4 decimales** salvo indicación contraria. La falta del código de alumno implica una calificación de **0**. Revise **ambas caras** de la hoja. El uso de lápiz **anula el derecho a reclamo**. Se permite únicamente calculadora científica de dos líneas no programable, mas no de apuntes.

1. En el diseño de una trayectoria suave, se registraron los siguientes puntos:

x_i	2	4	6	7
y_i	1.5	2	4	3.5

Construya el spline cúbico natural que interpola dichos datos. Para ello, realice lo siguiente:

a) Construya la tabla de diferencias divididas de primer orden

i	x_i	y_i	$h_i = x_{i+1} - x_i$	$y[x_i, x_{i+1}]$
0	2	1.5	2	
1	4	2	2	1
2	6	4	1	
3	7	3.5		

b) Calcule los valores de M_i

$$\begin{bmatrix} \div & \div \\ \div & \div \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \div \\ \div \end{bmatrix}$$

Por lo tanto:

$$M_0 = \div, \quad M_1 = \div, \quad M_2 = \div, \quad M_3 = \div$$

c) Calcule los coeficientes del Spline:

$$S_i(x) = a_i(x - x_i)^3 + b_i(x - x_i)^2 + c_i(x - x_i) + d_i$$

S_i	a_i	b_i	c_i	d_i	$[x_i, x_{i+1}]$
S_0	0.0853	0		1.5	[2, 4]
S_1		0.5117	0.9315	2	[4, 6]
S_2	0.3068	-0.9205		4	[6, 7]

2. En un experimento, se obtuvieron los siguientes datos:

x_i	0.05	0.3	0.5	1
y_i	1	2.5	3	9

Se desea ajustar los datos mediante el modelo cuadrático: $y = a_2x^2 + a_1x + a_0$, usando mínimos cuadrados a través de un sistema sobredeterminado. Para ello, realice lo siguiente:

- Presente el sistema sobredeterminado en forma matricial.
- Presente las matrices $A^T A$ y $A^T b$.
- Obtenga los valores de los parámetros: a_2 , a_1 y a_0 .
- Obtenga el valor de S_r , S_t y r^2 .

