

Código de Alumno:

--	--	--	--	--	--	--	--

Duración: 30 minutos

Fecha: 29 de mayo de 2026

Instrucciones: Complete sus respuestas *únicamente* dentro de los recuadros. No se permiten borradores. Trabaje con **4 decimales** salvo indicación contraria. La falta del código de alumno implica una calificación de **0**. Revise **ambas caras** de la hoja. El uso de lápiz **anula el derecho a reclamo**. Se permite únicamente calculadora científica de dos líneas no programable, mas no de apuntes.

1. En el análisis de la señal de una estrella variable, se considera que la variación normalizada del brillo puede describirse mediante el modelo

$$B(t) = 4.1e^{-0.37t} \sin(0.8t),$$

donde B representa la variación normalizada del brillo de la estrella y t representa el tiempo transcurrido en días. Se desea aproximar la señal mediante un spline cúbico natural que interpole la variación del brillo en los nodos $t = 0.5, 2.4, 3.7, 7.8$ días.

- a) **(2 puntos)** Complete la tabla de diferencias divididas de primer orden

i	t_i	$B(t_i)$	$h_i = t_{i+1} - t_i$	$B[t_i, t_{i+1}]$
0	0.5			
1	2.4			
2	3.7			
3	7.8			

- b) **(3.5 puntos)** Determine el sistema lineal que permita calcular M_1 y M_2 :

$$\begin{bmatrix} \boxed{} & \boxed{} \\ \boxed{} & \boxed{} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boxed{} \\ \boxed{} \end{bmatrix}$$

Luego, determine:

$$\begin{aligned} M_0 &= 0 & M_1 &= \boxed{} \\ M_2 &= \boxed{} & M_3 &= 0 \end{aligned}$$

- c) **(3.5 puntos)** Construya los polinomios cúbicos por tramos de la forma $S_i(t) = a_i(t - t_i)^3 + b_i(t - t_i)^2 + c_i(t - t_i) + d_i$, para cada intervalo $[t_i, t_{i+1}]$ y complete la siguiente tabla:

S_i	a_i	b_i	c_i	d_i	$[t_i, t_{i+1}]$
S_0		0		1.3270	[0.5, 2.4]
S_1				1.5852	[2.4, 3.7]
S_2	-0.0294			0.1883	[3.7, 7.8]

- d) **(1 punto)** En $t = 5$ días, halle la aproximación de la variación normalizada del brillo $S(5)$ a partir del spline y determine el error relativo porcentual de esta aproximación respecto al modelo propuesto.

$$\begin{aligned} S(5) &= \boxed{} \\ \%E(5) &= \boxed{} \end{aligned}$$

2. En un experimento de calentamiento eléctrico, se registró la potencia térmica disipada P , en watts, por una resistencia cuando circulan distintos valores de corriente eléctrica I , medidos en amperios:

I_i	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5
P_i	2.0	7.5	7.6	17.2	17.1

Se desea ajustar, por mínimos cuadrados, los datos experimentales bajo un **modelo cuadrático** de la forma $\hat{P}(I) = a_2 I^2 + a_1 I + a_0$. a partir de un sistema sobredeterminado.

- a) **(2 puntos)** Halle el sistema sobredeterminado en la forma $A\mathbf{x} \approx \mathbf{b}$, donde $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} a_2 \\ a_1 \\ a_0 \end{bmatrix}$.
- b) **(3 puntos)** Reduzca el sistema sobredeterminado a un sistema normal $A^T A \mathbf{x} = A^T \mathbf{b}$. Resuelva el sistema normal y halle los parámetros a_2 , a_1 y a_0 .
- c) **(5 puntos)** A partir de los datos y del ajuste $\hat{P}(I)$, elabore una tabla con columnas: $|I_i|$, P_i , $\hat{P}(I_i)$, $e_i = P_i - \hat{P}(I_i)$, e_i^2 , $P_i - \bar{P}$, $(P_i - \bar{P})^2$ y determine S_r , S_t y R^2 .