

Código de Alumno:

Duración: 30 minutos

Fecha: 05 de febrero del 2026

Instrucciones: Complete sus respuestas *únicamente* dentro de los recuadros. No se permiten borrones. Trabaje con **4 decimales** salvo indicación contraria. La falta del código de alumno implica una calificación de **0**. Revise **ambas caras** de la hoja. El uso de lápiz **anula el derecho a reclamo**. Se permite únicamente calculadora científica de dos líneas no programable, mas no de apuntes.

1. Interpolación Polinomial

Cierto fenómeno experimental relaciona las variables x e y . A partir de las mediciones realizadas, se obtuvo la siguiente tabla de datos:

x_i	0	1	2	4
y_i	1	0	3	9

Usando interpolación polinomial en forma de Lagrange, se pide:

- a) Halle los 3 **polinomios básicos de Lagrange** (indicados): $L_k(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq k}}^n \frac{x - x_j}{x_k - x_j}$. Dar como respuesta cada polinomio en su forma desarrollada $ax^3 + bx^2 + cx + d$

$$L_0(x) = \boxed{} \qquad L_2(x) = \boxed{}$$

$$L_3(x) =$$

- b) Construya el **polinomio interpolante de Lagrange**: $P_n(x) = \sum_{k=0}^n y_k L_k(x)$ y presente los coeficientes de la forma simplificada:

$$a_0 = \boxed{} \quad a_1 = \boxed{} \quad a_2 = \boxed{} \quad a_3 = \boxed{}$$

- c) Use el polinomio obtenido para aproximar: $P_n(3) =$

2. Sea $S(x)$ un spline cúbico natural definido por:

$$S(x) = \begin{cases} S_0(x) = a + \frac{1}{27}(x - x_0)^3 & \text{si } 0 \leq x \leq b, \\ S_1(x) = c + d(x - x_1) + \frac{1}{3}(x - x_1)^2 - \frac{1}{27}(x - x_1)^3 & \text{si } 3 \leq x \leq 6. \end{cases}$$

Se sabe que S interpola los datos $(0, 2)$, $(3, 3)$ y $(6, 8)$.

a) Halle x_0, x_1 :

$$x_0 = \boxed{} \quad x_1 = \boxed{}$$

b) Halle a, b, c, d :

$$\begin{array}{ll} a = \boxed{} & b = \boxed{} \\ c = \boxed{} & d = \boxed{} \end{array}$$

c) Evalúe $S(4.5)$:

$$S(4.5) = \boxed{}$$