



Apellidos y Nombres:

2026-0

Instrucciones: Rellene sus respuestas *únicamente* dentro de los recuadros, **prohibido** hacer borrones, trabaje con **4 decimales**, sin nombre calificación 0.

1. El spline cúbico natural $S(x)$ que interpola los datos $(1, 2)$, $(2, 0)$ y $(3, 3)$ está dado por:

$$S(x) = \begin{cases} S_0(x) = d_0 + c_0(x-1) + b_0(x-1)^2 + a_0(x-1)^3 & \text{si } 1 \leq x \leq p \\ S_1(x) = d_1 + c_1(x-2) + b_1(x-2)^2 + a_1(x-2)^3 & \text{si } p \leq x \leq 3 \end{cases}$$

Para hallar el spline cúbico natural se deben seguir los siguientes pasos:

- a) Complete la tabla:

x_i	y_i	h_i	$y[,]$
1	2		
2	0		3
3	3	*	*

- b) Plantea y resuelva el sistema $AM = 6b$ con valores numéricos:

$$\begin{bmatrix} \end{bmatrix} M_1 = 6 \begin{bmatrix} \end{bmatrix}$$

- c) Halle M_0 , M_1 y M_2 :

$$M_0 = \begin{bmatrix} \end{bmatrix}, \quad M_1 = \begin{bmatrix} \end{bmatrix}, \quad M_2 = \begin{bmatrix} \end{bmatrix}$$

- d) Finalmente use el spline cúbico natural para calcular:

$$S(2.5) = \begin{bmatrix} \end{bmatrix}$$

2. Realice un ajuste lineal $y = f(x) = mx + b$ a los datos:

x_i	2	3	5	8
y_i	10	5	4	1

Realizar lo siguiente:

a) Rellene los valores numéricos de las ecuaciones normales:

$$\begin{bmatrix} 18 & 4 \\ \boxed{} & \boxed{} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boxed{} \\ \boxed{} \end{bmatrix}$$

b) Resuelva el sistema y halle m, b :

$$m = \boxed{}, \quad b = \boxed{}$$

c) Calcule los valores ajustados $\hat{y}_i$:

x_i	2	3	5	8
$\hat{y}_i = f(x_i)$				

d) La bondad del ajuste la podemos cuantificar a partir de

$$S_t = 42 \quad , \quad S_r = \sum_{i=1}^4 (y_i - f(x_i))^2 = \boxed{}$$

e) Finalmente hallamos el coeficiente de determinación

$$r^2 = 1 - \frac{S_r}{S_t} = \boxed{}$$