

Código de Alumno:

Duración: 30 minutos

Fecha: 22Abril

Instrucciones: Complete sus respuestas *únicamente* dentro de los recuadros. No se permiten borradores. Trabaje con **4 decimales** salvo indicación contraria. La falta del código de alumno implica una calificación de **0**. Revise **ambas caras** de la hoja. El uso de lápiz **anula el derecho a reclamo**. Se permite únicamente calculadora científica de dos líneas no programable, mas no de apuntes.

1. Se desea aproximar la raíz de la ecuación

$$F(x) = \ln(x + 2) + x - 2 = 0$$

en el intervalo $[0.5, 1.2]$.

Considere las siguientes reformulaciones equivalentes en forma de punto fijo $x = g(x)$:

a) $g_1(x) = 2 - \ln(x + 2)$, b) $g_2(x) = e^{2-x} - 2$

a) Determine, de manera analítica, cuál de las funciones propuestas es convergente en el intervalo dado. Para ello, verifique las siguientes condiciones:

$$(i) \ g(x) \in [0.5, 1.2], \quad (ii) \ |g'(x)| < 1$$

b) Aplique el método del punto fijo utilizando la función $g(x)$ adecuada. Realice dos iteraciones, considerando como punto semilla $x_0 = 0.8$. En cada iteración, halle el error relativo cometido.

A full-page sheet of white graph paper with a light gray grid. The grid consists of small squares, approximately 10 units wide by 10 units high. There are no margins or additional markings on the page.

2. [10 pts] Considere el siguiente sistema de ecuaciones no lineales:

$$\begin{aligned}x_1^2 - x_2^2 - 2 &= 0 = f_1(x_1, x_2), \\x_1 + 3x_2 - 2 &= 0 = f_2(x_1, x_2).\end{aligned}$$

Complete lo solicitado:

a) [4 pts] Halle la matriz Jacobiana J_F y luego evalúa en $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$:

b) [3 pts] Determine la primera aproximación utilizando el método de Newton-Raphson con punto inicial $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$:

c) [2 pts] Halle la segunda aproximación utilizando el método de Newton-Raphson:

d) [1 pt] Determine el error cometido en la segunda iteración empleando la norma infinita: