

Código de Alumno:

Duración: 30 minutos

Fecha: 24 de abril del 2026

Instrucciones: Complete sus respuestas *únicamente* dentro de los recuadros. No se permiten borradores. Trabaje con **4 decimales** salvo indicación contraria. La falta del código de alumno implica una calificación de **0**. Revise **ambas caras** de la hoja. El uso de lápiz **anula el derecho a reclamo**. Se permite únicamente calculadora científica de dos líneas no programable, mas no de apuntes.

1. **(10 pts)** En un sistema de enfriamiento por conducto, sea θ la elevación de temperatura adimensional a la salida del equipo. Un modelo establece que la respuesta térmica efectiva del sistema viene dada por $\ln(\theta + 2)$, mientras que la pérdida global normalizada asociada al proceso se aproxima por θ . En régimen estacionario, el punto de operación se obtiene cuando ambas magnitudes se equilibran, lo que conduce a resolver la ecuación no lineal

$$F(\theta) = \ln(\theta + 2) - \theta = 0.$$

Usando el método de bisección para $F(\theta) = 0$ en el intervalo $[1, 2]$, responda únicamente en las casillas.

a) **(2 pts)** Determine el punto medio de la iteración $n = 2$. $\implies \theta_4 =$

b) **(2 pts)** De acuerdo a la condición de parada para la estimación del error absoluto después de $n = 4$ iteraciones, el método de la bisección para $F(\theta) = 0$ cumple que:

Respuesta: $\leq$ Tolerancia

Considere ahora las siguientes ecuaciones para aplicar el método de punto fijo $\theta = g_1(\theta) = \ln(\theta + 2)$ y $\theta = g_2(\theta) = e^\theta - 2$.

c) **(2 pts)** Responda verdadero (V) o falso (F),

La función $g_1(\theta)$, ¿cumple el criterio de existencia en $[1, 2]$?

La función $g_2(\theta)$, ¿cumple el criterio de existencia en $[1, 2]$?

d) **(2 pts)** La función $g_1(\theta)$, ¿cumple el criterio de contracción en $[1, 2]$?

e) **(2 pts)** Ejecutando el método de punto fijo a la función $g_2 = g_2(\theta)$, con punto semilla $\theta_0 = 1$, determine θ_2 y el error relativo $\delta_r^{(2)} = \frac{|\theta_2 - \theta_1|}{|\theta_2|}$

Respuesta: $\theta_2 =$ $\delta_r^{(2)} =$

2. **(10 pts)** En la caracterización preliminar de un material magnetoeléctrico no lineal, sea E la amplitud adimensional del campo eléctrico y B la densidad de flujo magnético adimensional en una región de operación. Un modelo simplificado de equilibrio entre la respuesta constitutiva del material y la lectura de un sensor interno conduce al sistema no lineal

$$\begin{cases} E^2 = -B + 5, \\ \ln(E + 1) + B^2 = 3. \end{cases}$$

Se desea aplicar el método de Newton para sistemas no lineales, tomando como aproximación inicial

$$\mathbf{x}_0 = (E_0, B_0) = (2, 1.5).$$

- a) **(2 pts)** Defina el vector columna $F(E, B)$ y halle la matriz jacobiana $J(E, B)$.
Observación: Ambas respuestas corresponden a expresiones algebraicas.
- b) **(3 pts)** Evalúe $F(\mathbf{x}_0) = F(E_0, B_0)$ y $J(\mathbf{x}_0) = J(E_0, B_0)$.
- c) **(3 pts)** Evalúe, paso a paso, la primera iteración y determine $\mathbf{x}_1 = (E_1, B_1)$, considerando 4 decimales.
- d) **(2 pts)** Si luego de aplicar la segunda iteración, se obtiene $\mathbf{x}_2 = (1.8997, 1.3912)$, determine el error relativo $\delta_e^{(2)}$.

Desarrolle de forma clara cada item en el siguiente espacio en blanco provisto:

