

Código de Alumno:

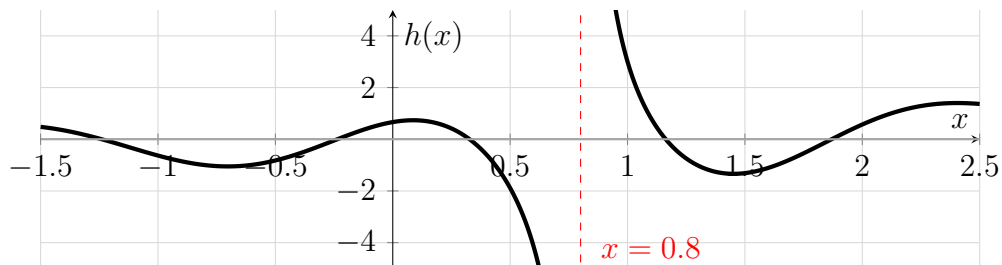
Duración: 30 minutos

Fecha: 22 de enero del 2025

Instrucciones: Complete sus respuestas *únicamente* dentro de los recuadros. No se permiten borradores. Trabaje con **4 decimales** salvo indicación contraria. La falta del código de alumno implica una calificación de **0**. Revise **ambas caras** de la hoja. El uso de lápiz **anula el derecho a reclamo**. Se permite únicamente calculadora científica de dos líneas no programable, mas no de apuntes.

1. [10 pts] **Método de la bisección:** A continuación se muestra una función y su gráfica

$$h(x) = \sqrt{x^2 + 2} - \frac{\cos(3x)}{x - 0.8}, \quad x \in [-1.5, 2.5],$$



a. [1 pts] El número de raíces reales de $h(x)$ en el intervalo dado es:

b. [2 pts] Un intervalo de longitud 0.5 que contiene a la mayor raíz real y cuyo extremo derecho es entero es: ,

c. [6 pts] Completa la tabla realizando 2 iteraciones del método de bisección.

Iter	a	c	b	$f(a)$	$f(c)$	$f(b)$	Error
0							N/A
1							
2				N/A	N/A	N/A	

d. [1 pts] Indique la aproximación final: $\hat{x} =$

2. [10 pts] **Método de Newton:** Suponiendo un modelo simplificado de flujo en un conducto curvo, en el cual la energía específica y el tirante adimensional están dados por:

$$E(\theta, Q) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos \frac{\theta}{2} + Q^2 (2\theta - \sin \theta)^{-2}$$

$$y(\theta, Q) = \frac{\theta}{4} - \frac{1}{4} \sin \theta + Q \theta^{-1}$$

Se desea determinar los valores de θ y Q tales que $E = 0.6$, $y = 1$

Use el punto inicial

$$\mathbf{x}^{(0)} = \begin{bmatrix} 1.2 \\ 1.5 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \theta \\ Q \end{bmatrix}.$$

- a. [2 pts] Defina el vector función $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ tal que $\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$:

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \phantom{\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos \frac{\theta}{2} + Q^2 (2\theta - \sin \theta)^{-2}} \\ \phantom{\frac{\theta}{4} - \frac{1}{4} \sin \theta + Q \theta^{-1}} \end{bmatrix}$$

- b. [4 pts] La matriz jacobiana es:

$$J(\theta, Q) = \begin{bmatrix} \phantom{\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos \frac{\theta}{2} + Q^2 (2\theta - \sin \theta)^{-2} \right)} & \phantom{\frac{\partial}{\partial Q} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos \frac{\theta}{2} + Q^2 (2\theta - \sin \theta)^{-2} \right)} \\ \phantom{\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\theta}{4} - \frac{1}{4} \sin \theta + Q \theta^{-1} \right)} & \phantom{\frac{\partial}{\partial Q} \left(\frac{\theta}{4} - \frac{1}{4} \sin \theta + Q \theta^{-1} \right)} \end{bmatrix}$$

- c. [3 pts] La primera iteración del método de Newton es:

$$\mathbf{x}^{(1)} = \begin{bmatrix} 1.2 \\ 1.5 \end{bmatrix} - \left(\begin{bmatrix} \phantom{\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos \frac{\theta}{2} + Q^2 (2\theta - \sin \theta)^{-2} \right)} \\ \phantom{\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\theta}{4} - \frac{1}{4} \sin \theta + Q \theta^{-1} \right)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phantom{\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos \frac{\theta}{2} + Q^2 (2\theta - \sin \theta)^{-2} \right)} \\ \phantom{\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\theta}{4} - \frac{1}{4} \sin \theta + Q \theta^{-1} \right)} \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} \phantom{\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos \frac{\theta}{2} + Q^2 (2\theta - \sin \theta)^{-2}} \\ \phantom{\frac{\theta}{4} - \frac{1}{4} \sin \theta + Q \theta^{-1}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phantom{\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos \frac{\theta}{2} + Q^2 (2\theta - \sin \theta)^{-2}} \\ \phantom{\frac{\theta}{4} - \frac{1}{4} \sin \theta + Q \theta^{-1}} \end{bmatrix}$$

- d. [1 pts] El error relativo es: $\delta^{(1)} = \frac{\|\mathbf{x}^{(1)} - \mathbf{x}^{(0)}\|_{\infty}}{\|\mathbf{x}^{(1)}\|_{\infty}} = \boxed{}$