

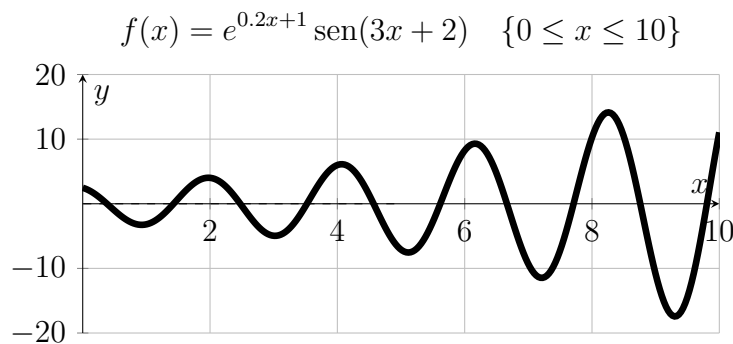


Apellidos y Nombres:

2026-0

Instrucciones: Rellene sus respuestas *únicamente* dentro de los recuadros, **prohibido** hacer borrones, durante la evaluación no hay preguntas, trabaje con **4 decimales** (obligatorio), en caso de no colocar su nombre, tendrá calificación 0 sin lugar a reclamo. Revise ambas caras.

1. [7.5pts] **Método de Bisección:** Sea la ecuación $f(x) = e^{0.2x+1} \sin(3x + 2) = 0$ y el gráfico siguiente:



Responda lo siguiente:

- a) [1.5pts] El número de raíces de la función $f(x)$ en el intervalo $[0, 10]$ es:

Respuesta = raíces.

- b) [1.5pts] La cantidad de iteraciones para hallar la raíz aproximada de $f(x)$ en el intervalo $[4, 5]$ con una $\text{ToI} = 1e - 2$ es:

Respuesta = iteraciones.

- c) [1.5pts] El error absoluto correspondiente a la aproximación de $f(x)$ obtenida en la iteración $i = 3$, dentro del intervalo de búsqueda $[4, 5]$ es:

Respuesta = .

- d) [1.5pts] Si no se cumple el Teorema de Bolzano en un intervalo entonces se asegura que no habra raíces en el intervalo analizado

Respuesta = (verdadero o falso).

- e) [1.5pts] Si se aplica el método de bisección a $f(x)$ al intervalo $[0, 10]$, el método siempre encontrará todas las raíces si se continúa iterando lo suficiente:

Respuesta = (verdadero o falso).

2. [12.5pts] **Método del punto fijo para SENL:** Se desea resolver un sistema de ecuaciones no lineales en $\mathbb{R}^2$. Uno de los asistentes del curso propone el siguiente despeje para aplicar el método del punto fijo:

$$x_1 = g_1(x_1, x_2) = \frac{x_1 + x_2 + 3}{5},$$

$$x_2 = g_2(x_1, x_2) = \frac{x_1^2 + x_2 + 3}{6}.$$

Según el asistente, este despeje garantiza la convergencia del método del punto fijo en:

$$D = \{(x_1, x_2) \mid 0 \leq x_1 \leq 1, \quad 0 \leq x_2 \leq 1\}$$

Para garantizar la existencia de un punto fijo en el conjunto D , debemos verificar que la imagen de G se mantenga dentro de dicho conjunto. Para ello, se debe cumplir que:

$$\boxed{} \leq g_1(x_1, x_2) \leq \boxed{}$$

y

$$\boxed{} \leq g_2(x_1, x_2) \leq \boxed{}$$

para todo $(x_1, x_2) \in D$.

Observación:

Acotar: los extremos izquierdo y derecho, no deben ser 0 y 1 respectivamente.

Si definimos $G(x_1, x_2) = \begin{bmatrix} g_1(x_1, x_2) \\ g_2(x_1, x_2) \end{bmatrix}$, entonces se concluye que:

$$G(D) \boxed{} D \quad (\text{escribir: } \subset \text{ o } \not\subset),$$

por lo tanto, se cumple (o no) la condición de existencia de un punto fijo para G en D .

Finalmente, para ver la convergencia, necesitamos ver si las derivadas parciales cumplen el principio de contracción (acotar las derivadas y escribir valor numérico):

$$\begin{aligned} \blacksquare \quad \left| \frac{\partial g_1(x_1, x_2)}{\partial x_1} \right| &= \boxed{} < \frac{K}{2} \quad \forall x_1, x_2 \in D \text{ y } K < 1 \\ \blacksquare \quad \left| \frac{\partial g_1(x_1, x_2)}{\partial x_2} \right| &= \boxed{} < \frac{K}{2} \quad \forall x_1, x_2 \in D \text{ y } K < 1 \\ \blacksquare \quad \left| \frac{\partial g_2(x_1, x_2)}{\partial x_1} \right| &= \boxed{} < \frac{K}{2} \quad \forall x_1, x_2 \in D \text{ y } K < 1 \\ \blacksquare \quad \left| \frac{\partial g_2(x_1, x_2)}{\partial x_2} \right| &= \boxed{} < \frac{K}{2} \quad \forall x_1, x_2 \in D \text{ y } K < 1 \end{aligned}$$

De lo anterior, podemos estimar a $K = \boxed{}$ y como $K \boxed{} 1$ (escribir

$<, > \text{ o } =$), entonces el método $\boxed{}$ (escribir: converge o diverge).