

Apellidos y Nombres:

2026-0

Instrucciones: Rellene sus respuestas *únicamente* dentro de los recuadros, **prohibido** hacer borrones, durante la evaluación no hay preguntas, trabaje con **4 decimales** (obligatorio), en caso de no colocar su nombre, tendrá calificación 0 sin lugar a reclamo. Revise ambas caras.

1. Se desea diseñar un canal para regadío que garantice un caudal de agua suficiente para cubrir las extensiones de cultivo previstas. Se ha estimado un caudal necesario de $Q = 1 \text{ m}^3/\text{s}$ y, debido a las condiciones del terreno, se adoptará un ancho constante del canal de $L = 1 \text{ m}$.

Para evitar desbordes, se considera un factor de seguridad de $f = 1.5$, respecto al nivel de agua h , es decir, la altura total del canal H debe cumplir: $f = \frac{H}{h} \Rightarrow H = 1.5h$

El modelo hidráulico que relaciona el caudal Q con el nivel de agua h está dado por la siguiente ecuación no lineal:

$$Q = 1.84(L - 0.1h)h^{1.5}$$

Con base en esta información, desarrolle lo siguiente:

- (a) ¿Existe al menos una raíz h en el intervalo $[0.6; 1.5]$. Justifique!

- (b) Realice 2 iteraciones del método de bisección en el intervalo $[0, 1]$ para estimar h .

Iteración	a	b	c	f(a)	f(b)	f(c)
0	0	1.0	0.500	-		-
1	0.5		0.750		+	+
2				*	*	*

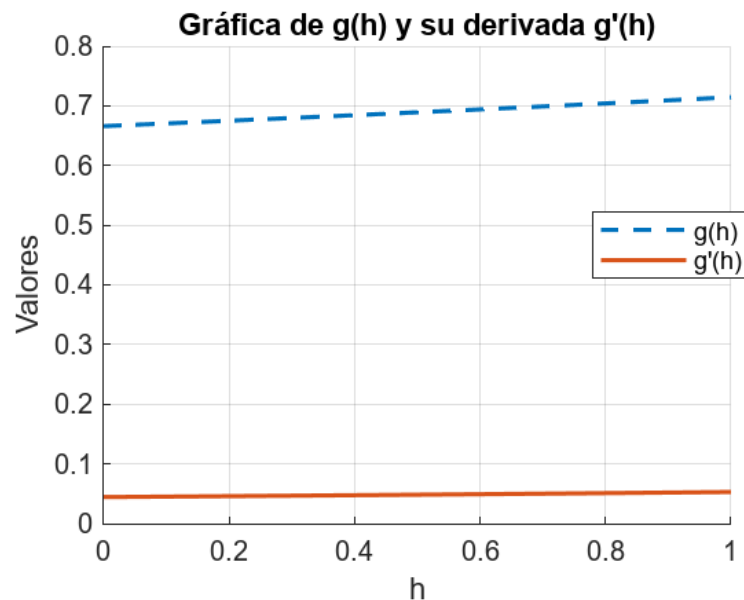
- (c) **Cuántas iteraciones como mínimo** se requieren con el método de bisección para un error menor a 10^{-5} usando el intervalo del item anterior?

- (d) Considere la función de iteración asociada al método del punto fijo, obtenida al despejar h en la ecuación del caudal:

$$g(h) = \left(\frac{1}{1.84(1 - 0.1h)} \right)^{2/3}$$

Justifique que $g([0, 1]) \subseteq [0, 1]$, es decir, que la imagen de g sobre el intervalo $[0, 1]$ permanece dentro del mismo intervalo.

- (e) Recuerde que en el método del punto fijo se itera la expresión $h_{n+1} = g(h_n)$. En la figura se muestra la gráfica de la función $g(h)$ y su derivada $g'(h)$ en el intervalo $h \in [0, 1]$.



Con base en la gráfica de la derivada $g'(h)$, analice el comportamiento de g en ese intervalo e indique si el método del punto fijo aplicado a esta función tiene garantías de converger hacia una solución de la ecuación $h = g(h)$. Justifique claramente su respuesta.

- (f) Usando el método del punto fijo con:

$$h = \left(\frac{1}{1.84(1 - 0.1h)} \right)^{2/3}$$

y $h_0 = 1$, realice iteraciones hasta obtener un error absoluto $(|h_{k+1} - h_k|)$ menor a 0.1:

- (g) Con el valor estimado de h en (f), calcule la profundidad total del canal $H = 1.5h$: