



Apellidos y Nombres:

2026-0

Duración: 30 minutos

Instrucciones: Rellene sus respuestas *unicamente* dentro de los recuadros, **prohibido** hacer borrones, durante la evaluacion no hay preguntas, trabaje con **4 decimales** (obligatorio), en caso de no colocar su nombre, tendra calificacion 0 sin lugar a reclamo. Revise ambas caras.

1. Complete los recuadros en blanco para las siguientes preguntas:

- La función $g(x) = e^{1-x} - 1 + x$, tiene como único punto fijo a $x =$.

Sugerencia, considere la gráfica de la función exponencial.

- Si se desea encontrar aproximadamente la raíz de la función $f(x) = e^{3-x} + 1 - x^2$, en el intervalo $[1, 4]$ con una tolerancia de 10^{-4} , el método de la bisección deberá efectuar un mínimo de $n =$ iteraciones.

- Luego de realizar los primeros pasos del metodo de biseccion se obtiene:

$$x^{(1)} = \text{>}, \quad x^{(2)} = \text{>}$$

2. Dado el sistema de ecuaciones no lineales SENL : $\begin{cases} x^2 + y^2 - 1 = 0 \\ 2x^2 + 3y^2 - 4y = 0 \end{cases}$

y considerando el punto inicial o punto semilla $\begin{bmatrix} x^{(0)} \\ y^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

Para hallar aproximadamente la solucion del sistema planteado por el metodo de Newton, se sabe que deberá seguir una secuencia de pasos:

- Se define la funcion vectorial $F(x; y)$ tal que $F(1, 1) = \begin{bmatrix} 1 \\ \text{>} \end{bmatrix}$

- Hallamos el Jacobiano $J_F(x, y)$ evaluado en un punto genérico (x, y) y luego calculamos

$$J_F(1, 1) = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ \boxed{} & \boxed{} \end{bmatrix}, \quad (J_F(1, 1))^{-1} = \begin{bmatrix} -0.5 & \boxed{} \\ 1.0 & -0.5 \end{bmatrix}$$

- Finalmente: $\begin{bmatrix} x^{(1)} \\ y^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boxed{} \\ \boxed{} \end{bmatrix}$

Por otro lado si queremos aplicar el metodo del punto Fijo, se debe seguir los siguientes pasos:

- Despejar de las ecuaciones:

$$x = u(x, y) = \frac{x + 4y - 3y^2}{2x + 1} \quad ; \quad y = v(x, y) = \frac{y + 1 - x^2}{y + 1}$$

- Analizar la convergencia del metodo en un dominio, en este caso consideramos el dominio $D = \{(x, y) \mid 0.6 \leq x \leq 1 \ ; \ 0.4 \leq y \leq 0.8\}$. La condición de existencia (del teorema de convergencia) requiere hallar el intervalo al que pertenece la expresion $v(x, y)$:

$$\boxed{} \leq v(x, y) \leq \boxed{}$$

- Asumiendo cumplidas todas las condiciones de convergencia realice dos iteraciones del metodo del punto fijo, dar como respuesta

$$x^{(2)} = \boxed{}, \quad y^{(2)} = \boxed{}$$

- Estime finalmente los errores relativos $\delta^{(k)}$ (utilizando la norma infinita) de las primeras iteraciones de punto fijo, dar como respuesta

$$\delta^{(1)} = \boxed{}$$