



Apellidos y Nombres:

2026-0

Duración: 30 minutos

**Instrucciones:** Rellene sus respuestas *unicamente* dentro de los recuadros, **prohibido** hacer borrones, durante la evaluacion no hay preguntas, trabaje con **4 decimales** (obligatorio), en caso de no colocar su nombre, tendra calificacion 0 sin lugar a reclamo. Revise ambas caras.

1. Complete los recuadros en blanco para las siguientes preguntas:

- La función  $g(x) = \ln(x + 1)$ , tiene como único punto fijo a  $x =$  .  
Sugerencia, considere la gráfica de la función logaritmo natural.
- Si se desea encontrar aproximadamente la raíz de la función  $f(x) = e^{x-2} + 10 - x^2$ , en el intervalo  $[-5, -2]$  con una tolerancia de  $10^{-5}$ , el método de la bisección deberá efectuar un mínimo de  $n =$   iteraciones.
- Luego de realizar los primeros pasos del metodo de biseccion se obtiene:

$$x^{(1)} = \text{,} \quad x^{(2)} = \text{$$

2. Dado el sistema de ecuaciones no lineales SENL :  $\begin{cases} x^2 - y^2 - 4 = 0 \\ x^2 + y^2 - 4x = 0 \end{cases}$

y considerando el punto inicial o punto semilla  $\begin{bmatrix} x^{(0)} \\ y^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$

Para hallar aproximadamente la solucion del sistema planteado por el metodo de Newton, se sabe que deberá seguir una secuencia de pasos:

- Se define la funcion vectorial  $F(x; y)$  tal que  $F(3, 1) = \begin{bmatrix} 4 \\ \text{$

- Hallamos el Jacobiano  $J_F(x, y)$  evaluado en un punto genérico  $(x, y)$  y luego calculamos

$$J_F(3, 1) = \begin{bmatrix} 6 & -2 \\ \boxed{\phantom{000}} & \boxed{\phantom{000}} \end{bmatrix}, \quad (J_F(3, 1))^{-1} = \begin{bmatrix} 0.125 & \boxed{\phantom{000}} \\ -0.125 & 0.375 \end{bmatrix}$$

- Finalmente:  $\begin{bmatrix} x^{(1)} \\ y^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boxed{\phantom{000}} \\ \boxed{\phantom{000}} \end{bmatrix}$

Por otro lado si queremos aplicar el metodo del punto Fijo, se debe seguir los siguientes pasos:

- Despejar de las ecuaciones:

$$x = u(x, y) = \frac{4 + x + y^2}{x + 1} \quad ; \quad y = v(x, y) = \frac{4x + y - x^2}{y + 1}$$

- Analizar la convergencia del metodo en un dominio, en este caso consideramos el dominio  $D = \{(x, y) \mid 2 \leq x \leq 3 \ ; \ 1 \leq y \leq 2\}$ . La condición de existencia (del teorema de convergencia) requiere hallar el intervalo al que pertenece la expresion  $u(x, y)$ :

$$\boxed{\phantom{000}} \leq u(x, y) \leq \boxed{\phantom{000}}$$

- Asumiendo cumplidas todas las condiciones de convergencia realice dos iteraciones del metodo del punto fijo, dar como respuesta

$$x^{(2)} = \boxed{\phantom{000}}, \quad y^{(2)} = \boxed{\phantom{000}}$$

- Estime finalmente los errores relativos  $\delta^{(k)}$  (utilizando la norma infinita) de las primeras iteraciones de punto fijo, dar como respuesta

$$\delta^{(1)} = \boxed{\phantom{000}}$$