

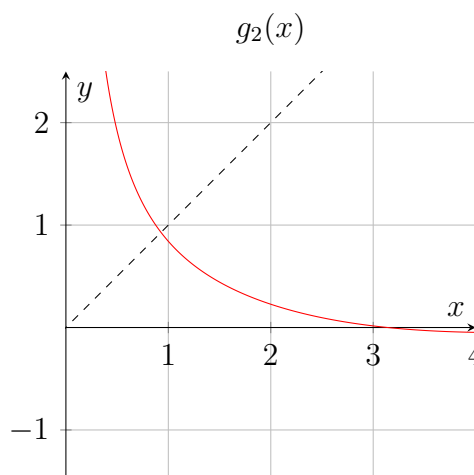
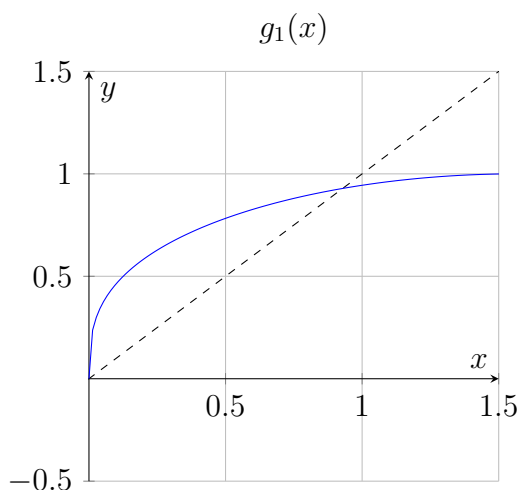
Apellidos y Nombres:

2026-0

Instrucciones: Rellene sus respuestas *únicamente* dentro de los recuadros, **prohibido** hacer borrones, durante la evaluación no hay preguntas, trabaje con cuatro decimales (obligatorio), en caso de no colocar su nombre, tendrá calificación 0 sin lugar a reclamo. Revise ambas caras.

1. [2pts] Se sabe que la función $f(x) = x^3 - \sin(x) + \pi^x$ tiene un cero (o raíz) en el intervalo $[-1.5; 0]$, la cantidad mínima de iteraciones para alcanzar una tolerancia de $1e - 4$ al aplicar el método de la bisección es:

2. [4pts] **Iteraciones de punto fijo:** Observe las siguientes gráficas:



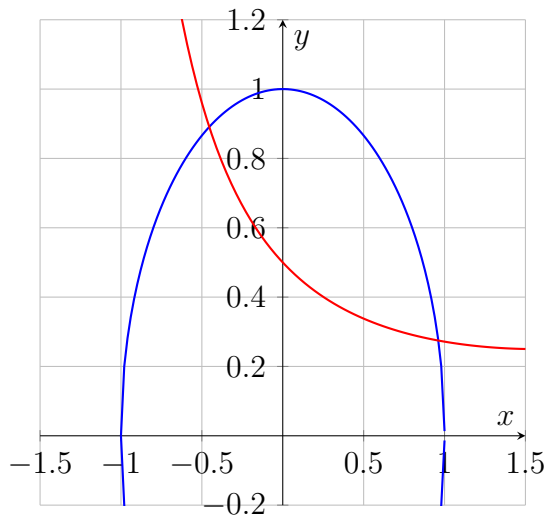
dichas figuras muestran los despejes de la forma $x = g_1(x)$ y $x = g_2(x)$. A partir de un argumento geométrico (trazos sobre las gráficas) complete con las palabras converge o diverge, según corresponda:

- [2pts] Puede afirmarse que la iteración del método del punto fijo para g_1 con $x_0 = 0.5$:

- [2pts] Puede afirmarse que la iteración del método del punto fijo para g_2 con $x_0 = 1$:

Observación: Para obtener puntaje en estas preguntas, de forma **OBLIGATORIA** deberá efectuar como mínimo 4 iteraciones sobre las gráficas y concluir, en caso de no hacerlo y solo escribir en los recuadros, no tendrá puntaje alguno.

3. [14pts] **Métodos de Newton y Punto Fijo para SENL:** Observe la siguiente gráfica:



Sistema de ecuaciones no lineales:

$$\begin{cases} f_1(x, y) = x^2 + y^2 - 1 = 0 \\ f_2(x, y) = y \sin(x) + y - 0.5 = 0 \end{cases}$$

El objetivo es resolver $\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, con $\mathbf{x}^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ para ello complete lo siguiente:

- a) [2pts] El sistema en el primer cuadrante tiene soluciones reales.
- b) [2pts] La matriz jacobiana $J(x, y)$ es de orden 2×2 , donde el elemento J_{21} (que depende de x y de y) viene dado por: .
- c) [2pts] La suma de elementos de $J(x^{(0)}, y^{(0)})$ viene dada por: .
- d) [2pts] El jacobiano (determinante de la matriz Jacobiana) en $\mathbf{x}^{(0)}$, viene dado por: .
- e) [2pts] En consecuencia, al aplicar el método de Newton para aproximar la raíz obtenemos como primera aproximación el vector

$$\mathbf{x}^{(1)} = \begin{bmatrix} x^{(1)} \\ y^{(1)} \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c} \text{ } \\ \text{ } \end{array} \right]$$

- f) [2pts] Al estimar el error relativo al calcular la primera aproximación (usando la norma infinito) obtenemos: .

- g) [2pts] Al considerar el despeje $x = u(x, y) = \sqrt{1 - y^2}$; $y = v(x, y) = \frac{0.5}{\sin(x) + 1}$ para las iteraciones de punto fijo, realice las primeras iteraciones iniciando desde el punto semilla $\mathbf{x}^{(0)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, obteniendo $\mathbf{x}^{(2)} = \begin{bmatrix} x^{(2)} \\ y^{(2)} \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c} \text{ } \\ \text{ } \end{array} \right]$