

Nombres y apellidos: _____

Examen Parcial

2026-1

Indicaciones

- La duración del examen es de 100 minutos.
- El desarrollo del examen es estrictamente personal.
- Se permite el uso personal de calculadoras.
- No se permite el uso de celulares, relojes o cualquier otro dispositivo de comunicación.
- No se permite el uso de copias, apuntes, libros u hojas propias.
- De usar una fórmula que no se encuentre en el formulario, debe demostrarla.
- No se asignará puntaje a las respuestas o soluciones que carezcan de justificación o procedimiento. Tampoco se asignará puntaje a los procedimientos o soluciones desordenadas o que no se entiendan claramente.

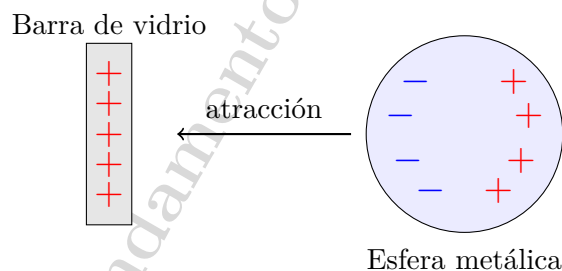
Problema 1 (2 puntos) — En un laboratorio, una esfera metálica sin carga cuelga de un hilo de plástico. Acercamos a la esfera una barra de vidrio que ha perdido electrones y observamos que la esfera es atraída hacia la barra. Nos descuidamos, la barra de vidrio toca la esfera y se aleja de repente.

a) (0,5 punto) Realice un esquema que represente la distribución de cargas en la esfera metálica y la barra cuando la barra de vidrio cargada se acerca a ella, antes de tocarla.

Solución:

La barra de vidrio ha perdido electrones, por lo tanto queda cargada positivamente. Al acercarla a la esfera metálica neutra, ocurre inducción electrostática: los electrones de la esfera se desplazan hacia el lado más cercano a la barra.

La esfera sigue siendo neutra, pero sus cargas se redistribuyen.



b) (0,75 punto) Explique por qué la esfera sin carga es atraída hacia la barra cargada. ¿Cuál es la carga neta de la esfera?

Solución:

La esfera es atraída hacia la barra debido al fenómeno de inducción electrostática.

Cuando la barra positiva se acerca, los electrones libres de la esfera metálica se desplazan hacia la región más cercana a la barra. De esta manera, el lado próximo a la barra queda cargado negativamente y el lado opuesto queda cargado positivamente.

La fuerza atractiva entre las cargas negativas cercanas y la barra positiva es mayor que la fuerza repulsiva entre las cargas positivas lejanas y la barra. Por ello, la fuerza neta sobre la esfera es de atracción.

Aunque exista separación de cargas, la esfera no gana ni pierde carga antes del contacto. Por lo tanto, su carga neta sigue siendo:

$$Q_{\text{esfera}} = 0$$

c) (0,75 punto) Explique por qué la esfera se aleja repentinamente de la barra cargada luego de tocarla.

Solución:

Cuando la barra toca la esfera metálica, ocurre transferencia de electrones entre ambos cuerpos.

Como la barra de vidrio está cargada positivamente (tiene déficit de electrones), electrones de la esfera se desplazan hacia la barra. Entonces, la esfera pierde electrones y queda también cargada positivamente.

Después del contacto:

barra: positiva	esfera: positiva
-----------------	------------------

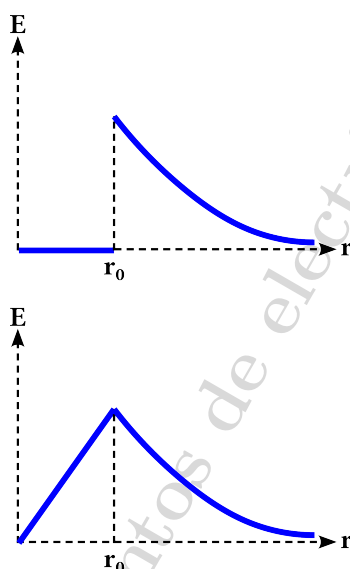
Como ambos cuerpos quedan con carga del mismo signo, aparece una fuerza de repulsión electrostática entre ellos.

Por ello, la esfera se aleja repentinamente de la barra.

Problema 2 (3 puntos)

Se tienen dos esferas cargadas del mismo radio $R = 50$ cm, una de ellas es conductora y la otra es aislante. En la figura se muestran dos gráficas de la magnitud del campo eléctrico E en función de la distancia r , medida desde el centro de cada esfera.

a) (1 punto) Identifique cuál de las gráficas corresponde a la esfera conductora y cuál corresponde a la esfera aislante, además determine el valor de r_0 . Justifique su respuesta.



Solución:

La gráfica superior corresponde a la **esfera conductora**, mientras que la gráfica inferior corresponde a la **esfera aislante**.

Esfera conductora:

En un conductor en equilibrio electrostático, toda la carga se distribuye sobre la superficie. Por ello, el campo eléctrico en el interior del conductor es nulo:

$$E = 0 \quad \text{para} \quad r < R$$

En la superficie de la esfera, el campo eléctrico alcanza su valor máximo y, para puntos exteriores, se comporta como el campo de una carga puntual:

$$E = k \frac{Q}{r^2}$$

La gráfica superior muestra precisamente este comportamiento: el campo es cero dentro de la esfera y luego disminuye con la distancia fuera de ella.

Esfera aislante:

En una esfera aislante con carga distribuida uniformemente, el campo eléctrico dentro de la esfera aumenta linealmente con la distancia al centro:

$$E \propto r \quad \text{para} \quad r < R$$

El campo alcanza su máximo en la superficie y, para puntos exteriores, también disminuye como:

$$E = k \frac{Q}{r^2}$$

La gráfica inferior muestra este comportamiento: el campo aumenta linealmente desde el centro y luego decrece fuera de la esfera.

El valor r_0 corresponde al radio de cada esfera, ya que en dicho punto cambia el comportamiento del campo eléctrico.

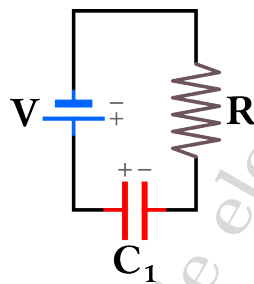
Como:

$$R = 50 \text{ cm}$$

entonces:

$$r_0 = 50 \text{ cm}$$

b) (1 punto) En el circuito mostrado, se tiene una fuente ideal de voltaje $V = 24 \text{ V}$, un resistor de resistencia desconocida R y un capacitor de capacitancia $C_1 = 6 \mu\text{F}$. En el instante mostrado, $t = 0$, el capacitor se encuentra cargado con una carga inicial de $30 \mu\text{C}$. Además, se sabe que en ese instante la potencia disipada por el resistor es $P_R = 45,125 \text{ W}$. Determine el valor de la resistencia R .



Solución:

En el instante $t = 0$, el capacitor tiene una carga:

$$Q = 30 \mu\text{C}$$

y su capacitancia es:

$$C = 6 \mu\text{F}$$

Por lo tanto, el voltaje en el capacitor es:

$$V_C = \frac{Q}{C}$$

$$V_C = \frac{30 \mu\text{C}}{6 \mu\text{F}}$$

$$V_C = 5 \text{ V}$$

Tomando la corriente en sentido antihorario, al recorrer la malla se tiene una subida de potencial en la fuente y caídas de potencial en el capacitor y en el resistor. Por la ley de Kirchhoff:

$$+V - V_C - V_R = 0$$

$$V_R = V - V_C$$

Reemplazando:

$$V_R = 24 - 5$$

$$V_R = 19 \text{ V}$$

La potencia disipada por el resistor es:

$$P_R = \frac{V_R^2}{R}$$

Despejando R :

$$R = \frac{V_R^2}{P_R}$$

Reemplazando los valores:

$$R = \frac{(19)^2}{45,125}$$

$$R = \frac{361}{45,125}$$

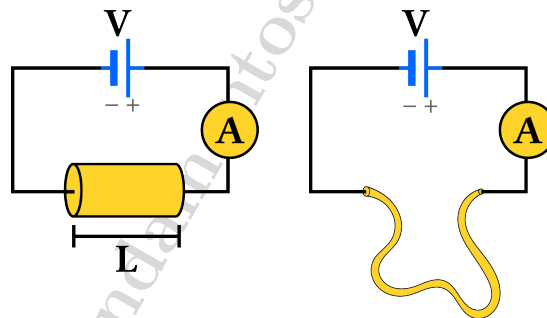
$$R = 8 \Omega$$

Finalmente:

$$\boxed{R = 8 \Omega}$$

c) (1 punto) Se tiene un cilindro hecho de un material conductor, de radio r , longitud L y resistividad ρ , conectado en serie con una fuente ideal de voltaje V y un amperímetro ideal, tal como se muestra en la figura izquierda. Después de mucho tiempo, el cilindro se deforma hasta convertirse en un filamento, como se muestra en la figura derecha. Considere que el material conductor no cambia, es decir, mantiene la misma resistividad ρ , y que no hay pérdida de material durante la deformación.

Explique qué ocurre con la lectura del amperímetro después de que el cilindro se deforma. ¿La corriente medida aumenta, disminuye o permanece constante? Justifique su respuesta.



Solución:

La resistencia eléctrica de un conductor se determina mediante:

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

donde:

$$A = \pi r^2$$

Inicialmente, el conductor tiene forma cilíndrica, por lo que su resistencia es:

$$R_i = \rho \frac{L}{\pi r^2}$$

Cuando el cilindro se deforma hasta convertirse en un filamento, no hay pérdida de material. Por lo tanto, el volumen del conductor permanece constante.

El volumen inicial del cilindro es:

$$V_i = \pi r^2 L$$

Después de la deformación:

$$V_f = A_f L_f$$

Como el volumen se conserva:

$$\pi r^2 L = A_f L_f$$

Al convertirse en filamento, el conductor aumenta considerablemente su longitud y disminuye su área transversal. Es decir:

$$L_f > L \quad \text{y} \quad A_f < A$$

Entonces, la nueva resistencia es:

$$R_f = \rho \frac{L_f}{A_f}$$

Como la longitud aumenta y el área disminuye, la resistencia final aumenta:

$$R_f > R_i$$

La corriente en el circuito viene dada por la ley de Ohm:

$$I = \frac{V}{R}$$

La fuente ideal mantiene constante el voltaje V . Por lo tanto, al aumentar la resistencia del conductor, la corriente disminuye:

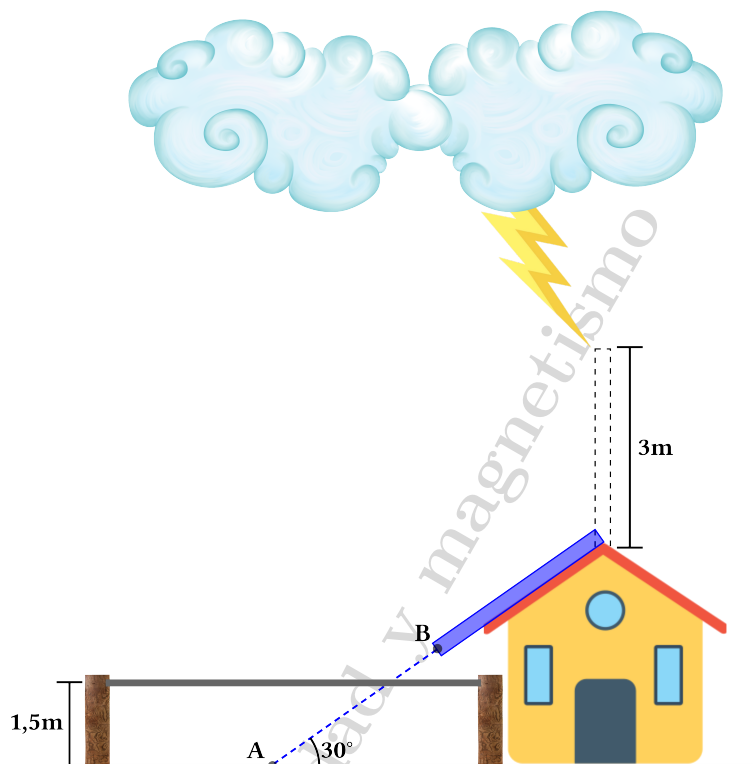
$$I_f < I_i$$

Finalmente:

La lectura del amperímetro disminuye.

Esto ocurre porque, al deformarse el cilindro en un filamento más largo y delgado, la resistencia eléctrica aumenta.

Problema 3 (2,5 puntos) — Un día, Smith y su familia escuchan en las noticias que se aproxima una tormenta eléctrica a su comunidad. Smith recuerda que en el colegio le enseñaron que los pararrayos se utilizan para proteger las viviendas durante este tipo de tormentas. Por ello, Smith y su familia colocan sobre el techo de su casa un tubo metálico sólido de 3 m de longitud, intentando usarlo como pararrayos. Sin embargo, el tubo no se encuentra conectado a tierra. Durante la tormenta, un rayo impacta directamente sobre el tubo y le transfiere 10^{15} electrones, que se distribuyen uniformemente. Debido al impacto, el tubo cae sobre el techo y queda en la posición inclinada que se muestra en la figura.



a) (1,5 puntos) Determine el campo eléctrico generado por el tubo en el punto A. Considere que la distancia entre el punto A y el extremo B del tubo es 2 m.

Solución:

El tubo recibió 10^{15} electrones. Como los electrones tienen carga negativa, la carga total adquirida por el tubo es:

$$Q = -n|q_e|$$

$$Q = -(10^{15})(1,6 \times 10^{-19})$$

$$Q = -1,6 \times 10^{-4} \text{ C}$$

Como los electrones se distribuyen uniformemente a lo largo del tubo, la densidad lineal de carga es:

$$\lambda = \frac{Q}{L}$$

$$\lambda = \frac{-1,6 \times 10^{-4}}{3}$$

$$\lambda = -5,33 \times 10^{-5} \text{ C/m}$$

Primero, consideramos el tubo horizontal sobre el eje X, con el punto A en el origen. Como la distancia entre A y el extremo B del tubo es 2 m, y el tubo mide 3 m, entonces el tubo ocupa el intervalo:

$$2 \leq x \leq 5$$

Tomamos un elemento diferencial de carga dq ubicado a una distancia x del punto A. El campo eléctrico diferencial tiene magnitud:

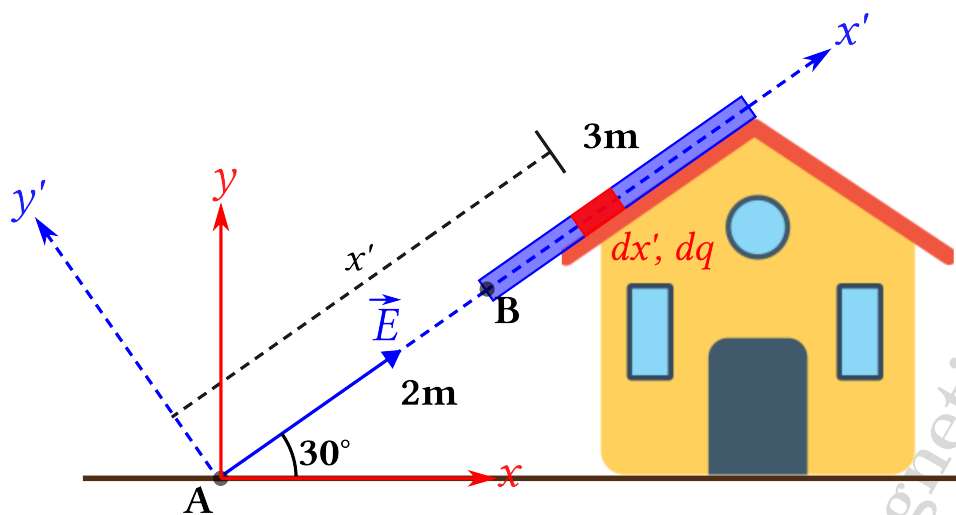
$$dE = k \frac{|dq|}{x^2}$$

Además:

$$dq = \lambda dx$$

Como el tubo tiene carga negativa, el campo eléctrico en A apunta hacia el tubo. Por lo tanto, para el tubo horizontal, el campo apunta en la dirección $+\hat{i}$.

Usando la magnitud de la densidad lineal de carga:



$$E = k|\lambda| \int_2^5 \frac{dx}{x^2}$$

$$E = k|\lambda| \left[-\frac{1}{x} \right]_2^5$$

$$E = k|\lambda| \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5} \right)$$

Reemplazando valores:

$$E = (9 \times 10^9)(5,33 \times 10^{-5}) \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5} \right)$$

$$E = (9 \times 10^9)(5,33 \times 10^{-5})(0,3)$$

$$E = 1,44 \times 10^5 \text{ N/C}$$

Como el tubo se encuentra inclinado 30° en sentido antihorario, el vector campo eléctrico también queda dirigido a lo largo del tubo, formando 30° con el eje X .

Por lo tanto:

$$\vec{E} = E \cos(30^\circ) \hat{i} + E \sin(30^\circ) \hat{j}$$

$$\vec{E} = (1,44 \times 10^5) \cos(30^\circ) \hat{i} + (1,44 \times 10^5) \sin(30^\circ) \hat{j}$$

Finalmente:

$$\boxed{\vec{E} = (12,5 \hat{i} + 7,20 \hat{j}) \times 10^4 \text{ N/C}}$$

b) (1 puntos) En el exterior de la casa de Smith hay un tendedero formado por un alambre conductor muy largo (infinito) el cual se encuentra amarrado a dos soportes de madera. Durante la tormenta, un rayo impacta sobre el tendedero, transfiriéndole carga eléctrica. Determine la densidad lineal de carga λ que debe tener el tendedero para que la componente vertical del campo eléctrico resultante en el punto A sea nula.

Solución:

Del ítem anterior, el campo eléctrico generado por el tubo en el punto A es:

$$\vec{E}_{\text{tubo}} = (12,5 \hat{i} + 7,20 \hat{j}) \times 10^4 \text{ N/C}$$

Por lo tanto, la componente vertical del campo eléctrico generado por el tubo es:

$$E_{y,\text{tubo}} = 7,20 \times 10^4 \text{ N/C}$$

Ahora se tiene un alambre conductor infinito horizontal ubicado a una distancia de 1,5 m por encima del punto A . El campo eléctrico generado por una línea infinita es:

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

Como el alambre es horizontal, el campo eléctrico que produce en el punto A es completamente vertical. Para que la componente vertical del campo eléctrico resultante en A sea nula:

$$E_{y,\text{tubo}} + E_{\text{alambre}} = 0$$

Por lo tanto, el campo generado por el alambre debe tener igual magnitud y sentido opuesto:

$$E_{\text{alambre}} = 7,20 \times 10^4 \text{ N/C}$$

Usando:

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

despejamos λ :

$$\lambda = E(2\pi\epsilon_0 r)$$

Reemplazando:

$$\lambda = (7,20 \times 10^4) (2\pi(8,85 \times 10^{-12})(1,5))$$

$$\lambda = 6,01 \times 10^{-6} \text{ C/m}$$

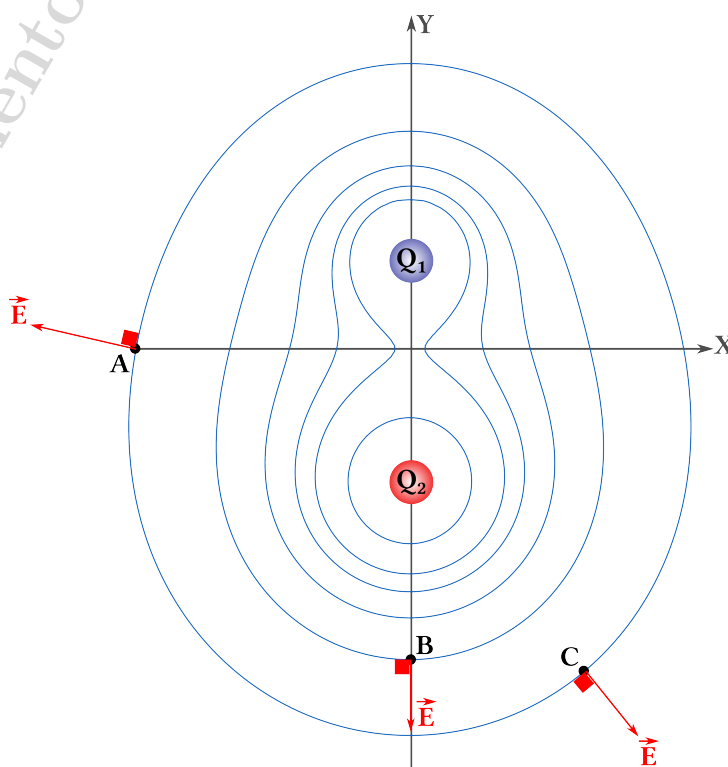
Como el campo del tubo en A apunta hacia arriba, el campo generado por el alambre debe apuntar hacia abajo. Esto ocurre si el alambre tiene carga positiva.

Finalmente:

$$\lambda = +6,01 \times 10^{-6} \text{ C/m}$$

Problema 4 (5 puntos) — La figura muestra las superficies equipotenciales generadas por dos partículas cargadas muy pequeñas, ubicadas sobre el eje Y . La primera carga es $Q_1 = +1,5 \text{ nC}$ y se encuentra en la posición $(0; 4) \text{ cm}$, mientras que la segunda carga es $Q_2 = +1,8 \text{ nC}$ y está ubicada en $(0; -5) \text{ cm}$. Una partícula de masa $m = 4 \text{ g}$ y carga q es lanzada desde un punto muy lejano con una rapidez inicial v , siguiendo la trayectoria punteada mostrada en la figura. El punto A tiene coordenadas $(-8; 0) \text{ cm}$, el punto B corresponde a la intersección de la trayectoria con el eje Y negativo y el punto C es el punto final indicado sobre dicha trayectoria.

a) (0,5 punto) En el gráfico mostrado, dibuje el vector campo eléctrico total, generado por Q_1 y Q_2 en los puntos A , B y C .



b) (2 puntos) Si la magnitud del campo eléctrico en el punto B es $18\,937,5\text{ N/C}$, determine la distancia de separación entre la carga Q_2 y el punto B .

Solución:

Como el punto B se encuentra debajo de Q_2 , sobre el eje Y negativo, los campos eléctricos generados por Q_1 y Q_2 en B tienen la misma dirección: ambos apuntan hacia abajo.

Sea d la distancia entre Q_2 y el punto B . Entonces, la distancia entre Q_1 y el punto B será:

$$r_{1B} = 9\text{ cm} + d$$

ya que la separación entre Q_1 y Q_2 es:

$$4\text{ cm} + 5\text{ cm} = 9\text{ cm}$$

Pasando a metros:

$$r_{2B} = d \quad r_{1B} = 0,09 + d$$

La magnitud del campo eléctrico total en B es:

$$E_B = E_{1B} + E_{2B}$$

$$E_B = k \frac{|Q_1|}{(0,09 + d)^2} + k \frac{|Q_2|}{d^2}$$

Reemplazando los datos:

$$18\,937,5 = 9 \times 10^9 \left(\frac{1,5 \times 10^{-9}}{(0,09 + d)^2} + \frac{1,8 \times 10^{-9}}{d^2} \right)$$

$$18\,937,5 = \frac{13,5}{(0,09 + d)^2} + \frac{16,2}{d^2}$$

Probando $d = 0,03\text{ m}$:

$$18\,937,5 = \frac{13,5}{(0,09 + 0,03)^2} + \frac{16,2}{(0,03)^2}$$

$$18\,937,5 = \frac{13,5}{(0,12)^2} + \frac{16,2}{0,0009}$$

$$18\,937,5 = 937,5 + 18\,000$$

$$18\,937,5 = 18\,937,5$$

Por lo tanto, la distancia entre Q_2 y el punto B es:

$$\boxed{d = 0,03\text{ m}}$$

c) (1 punto) Determine el potencial eléctrico total, debido a Q_1 y Q_2 , en los puntos A y B .

Solución:

El potencial eléctrico total en un punto se obtiene sumando escalarmente los potenciales generados por cada carga:

$$V = V_1 + V_2$$

$$V = k \frac{Q_1}{r_1} + k \frac{Q_2}{r_2}$$

donde r_1 y r_2 son las distancias desde el punto analizado hasta las cargas Q_1 y Q_2 , respectivamente.

Potencial eléctrico en el punto A:

El punto A tiene coordenadas:

$$A = (-8; 0) \text{ cm}$$

La carga Q_1 se encuentra en $(0; 4) \text{ cm}$, por lo tanto:

$$r_{1A} = \sqrt{(-8 - 0)^2 + (0 - 4)^2}$$

$$r_{1A} = \sqrt{64 + 16} = \sqrt{80} \text{ cm}$$

$$r_{1A} = 8,94 \text{ cm} = 0,0894 \text{ m}$$

La carga Q_2 se encuentra en $(0; -5) \text{ cm}$, por lo tanto:

$$r_{2A} = \sqrt{(-8 - 0)^2 + (0 - (-5))^2}$$

$$r_{2A} = \sqrt{64 + 25} = \sqrt{89} \text{ cm}$$

$$r_{2A} = 9,43 \text{ cm} = 0,0943 \text{ m}$$

Entonces:

$$V_A = 9 \times 10^9 \left(\frac{1,5 \times 10^{-9}}{0,0894} + \frac{1,8 \times 10^{-9}}{0,0943} \right)$$

$$V_A = \frac{13,5}{0,0894} + \frac{16,2}{0,0943}$$

$$V_A = 150,9 + 171,8$$

$$\boxed{V_A = 322,7 \text{ V}}$$

Potencial eléctrico en el punto B:

Del ítem anterior, se obtuvo que la distancia entre Q_2 y el punto B es:

$$r_{2B} = d = 3 \text{ cm} = 0,03 \text{ m}$$

Como la distancia entre Q_1 y Q_2 es 9 cm, entonces:

$$r_{1B} = 9 \text{ cm} + 3 \text{ cm} = 12 \text{ cm}$$

$$r_{1B} = 0,12 \text{ m}$$

Entonces:

$$V_B = 9 \times 10^9 \left(\frac{1,5 \times 10^{-9}}{0,12} + \frac{1,8 \times 10^{-9}}{0,03} \right)$$

$$V_B = \frac{13,5}{0,12} + \frac{16,2}{0,03}$$

$$V_B = 112,5 + 540$$

$$\boxed{V_B = 652,5 \text{ V}}$$

d) (1,5 puntos) Si la partícula q pasa por el punto A con una rapidez de 80 m/s y por el punto B con una rapidez de 120 m/s, determine el valor de la carga q .

Solución:

Para determinar la carga q , aplicamos conservación de la energía mecánica, considerando que la fuerza eléctrica es conservativa:

$$K_A + U_A = K_B + U_B$$

Como la energía potencial eléctrica se expresa como

$$U = qV,$$

entonces:

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + qV_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + qV_B$$

Reemplazando los valores:

$$\frac{1}{2}(0,004)(80)^2 + q(322,7) = \frac{1}{2}(0,004)(120)^2 + q(652,5)$$

$$12,8 + 322,7q = 28,8 + 652,5q$$

Ordenando:

$$322,7q - 652,5q = 28,8 - 12,8$$

$$-329,8q = 16$$

$$q = \frac{16}{-329,8}$$

$$q = -0,0485 \text{ C}$$

Por lo tanto, la carga de la partícula es:

$$q = -4,85 \times 10^{-2} \text{ C}$$

El signo negativo indica que la partícula tiene carga negativa.

Problema 5 (6,5 puntos) — En el circuito eléctrico mostrado, el voltímetro es ideal y los amperímetros son reales, cada uno con una resistencia interna de $0,5 \Omega$. Además, los capacitores se encuentran inicialmente descargados.

Nota: Es obligatorio graficar los circuitos reducidos, indicando las corrientes con sus direcciones y polaridades. *De lo contrario, la respuesta no será calificada.*

En el instante en que se cierran los interruptores S , determine:

a) (2,5 puntos) La lectura del amperímetro A_1 .

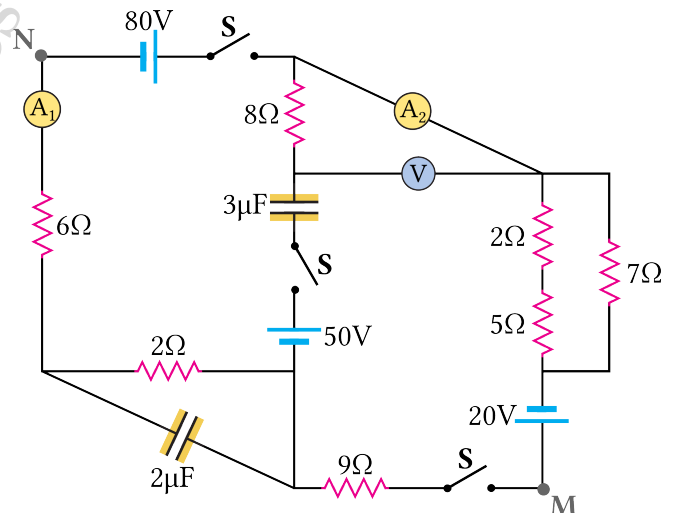
Solución:

Como los capacitores se encuentran inicialmente descargados, en el instante en que se cierran los interruptores se comportan como cables. Por ello, la resistencia de 2Ω queda en cortocircuito. Además, el voltímetro ideal se retira porque no permite el paso de corriente.

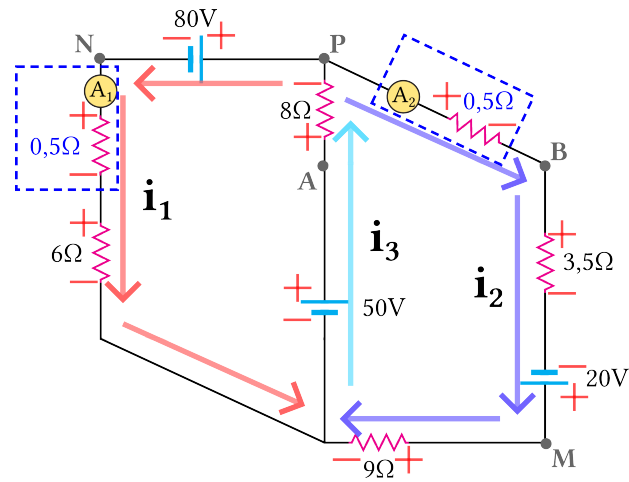
En el lado derecho:

$$R_{eq} = (2 \Omega + 5 \Omega) \parallel 7 \Omega$$

$$R_{eq} = 7 \Omega \parallel 7 \Omega$$



$$R_{eq} = 3,5 \Omega$$



Planteando las corrientes i_1 , i_2 e i_3 , según el circuito reducido:

Malla izquierda:

$$-80 - 0,5i_1 - 6i_1 + 50 - 8i_3 = 0$$

$$6,5i_1 + 8i_3 = -30$$

Malla derecha:

$$-0,5i_2 - 3,5i_2 + 20 - 9i_2 + 50 - 8i_3 = 0$$

$$13i_2 + 8i_3 = 70$$

Nodo P :

$$i_3 = i_1 + i_2$$

Por lo tanto, el sistema de ecuaciones es:

$$\begin{cases} 6,5i_1 + 8i_3 = -30 \\ 13i_2 + 8i_3 = 70 \\ -i_1 - i_2 + i_3 = 0 \end{cases}$$

Resolviendo:

$$i_1 = -4,95 \text{ A}$$

$$i_2 = 5,22 \text{ A}$$

$$i_3 = 0,27 \text{ A}$$

La lectura del amperímetro A_1 corresponde al valor absoluto de i_1 :

$$A_1 = |i_1| = 4,95 \text{ A}$$

b) (0,5 punto) La lectura del voltímetro.

Solución:

El voltímetro ideal se encontraba conectado entre los nodos A y B . Por lo tanto, su lectura corresponde a la diferencia de potencial entre dichos puntos:

$$V_{\text{voltímetro}} = |V_A - V_B|$$

En la rama central, entre los puntos B y A , se encuentra la resistencia de $8\ \Omega$. Usando la corriente i_3 definida en el ítem anterior, se puede escribir:

$$V_A - 8i_3 - 0,5i_2 = V_B$$

Entonces:

$$V_A - V_B = 8i_3 + 0,5i_2$$

Del ítem anterior:

$$i_2 = 5,30\text{ A} \quad e \quad i_3 = 0,13\text{ A}$$

Reemplazando:

$$V_A - V_B = 8(0,27) + 0,5(5,22)$$

$$V_A - V_B = 4,77\text{ V}$$

Por lo tanto, la lectura del voltímetro es:

$$V_{\text{voltímetro}} = |V_A - V_B| = 3,69\text{ V}$$

c) (1 punto) La diferencia de potencial de M con respecto a N , es decir, $V_M - V_N$.

Solución:

Se desea determinar la diferencia de potencial de M con respecto a N :

$$V_{MN} = V_M - V_N$$

Partiendo del nodo M y recorriendo el circuito hasta el nodo N , según las polaridades mostradas en el gráfico:

$$V_M - 9i_2 + 6i_1 + 0,5i_1 = V_N$$

Entonces:

$$V_M - V_N = 9i_2 - 6,5i_1$$

Del ítem anterior:

$$i_1 = -4,95\text{ A}$$

$$i_2 = 5,22\text{ A}$$

Reemplazando:

$$V_M - V_N = 9(5,22) - 6(-4,95)$$

Finalmente:

$$V_{MN} = V_M - V_N = 76,68\text{ V}$$

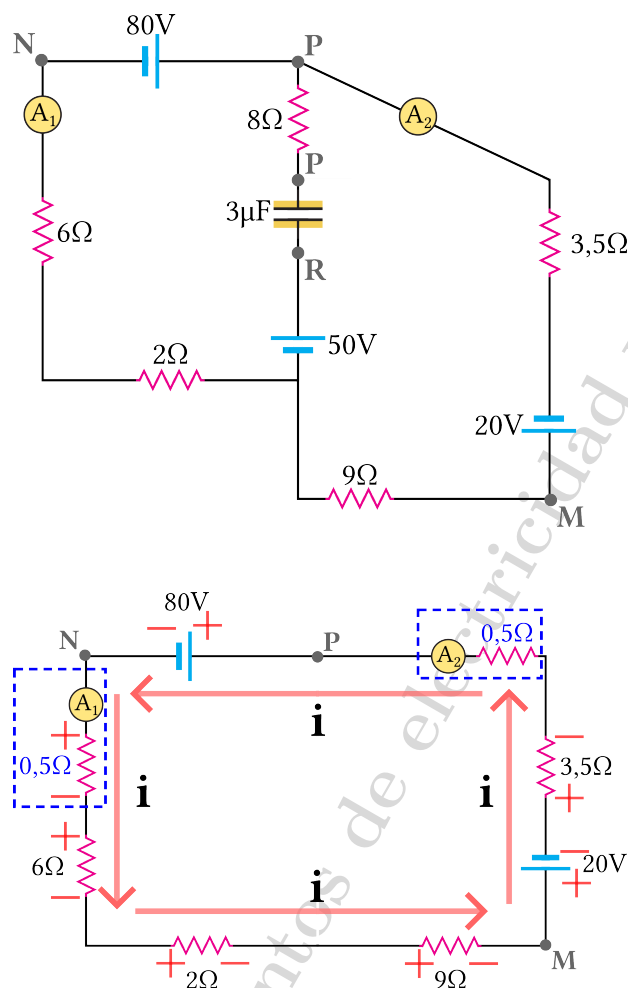
Después de que los interruptores han permanecido cerrados durante mucho tiempo, determine:

d) (1,5 puntos) La lectura del amperímetro A_2 .

Solución:

Después de que los interruptores han permanecido cerrados durante mucho tiempo, los capacitores se encuentran completamente cargados. Por lo tanto, en estado estacionario se comportan como circuitos abiertos y no permiten el paso de corriente.

Entonces, se eliminan las ramas donde se encuentran los capacitores. El circuito queda reducido a una sola malla, como se muestra en el gráfico reducido.



La resistencia equivalente del lado derecho es:

$$R_{eq} = 3,5\Omega$$

Planteando la corriente i en el sentido indicado y aplicando la ley de voltajes de Kirchhoff, empezando desde el nodo M :

$$-20 - 3,5i - 0,5i - 80 - 0,5i - 6i - 2i - 9i = 0$$

Agrupando términos:

$$-100 - 21,5i = 0$$

$$-21,5i = 100$$

$$i = -\frac{100}{21,5}$$

$$i = -4,65\text{ A}$$

El signo negativo indica que la corriente real circula en sentido contrario al sentido asumido en el gráfico.

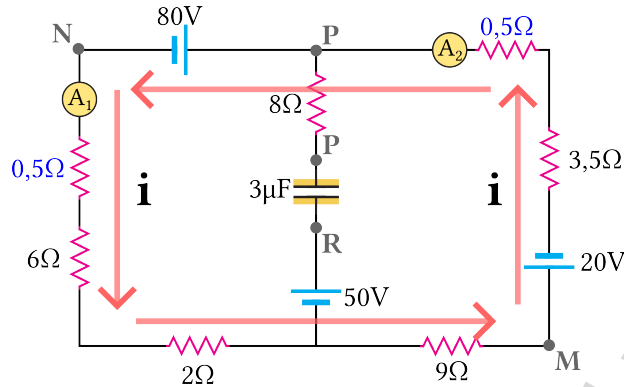
La lectura del amperímetro A_2 corresponde al valor absoluto de la corriente:

$$A_2 = |i| = 4,65 \text{ A}$$

e) (1 punto) La carga del capacitor de $3 \mu\text{F}$.

Solución:

Después de mucho tiempo, el capacitor de $3 \mu\text{F}$ se encuentra completamente cargado. Por lo tanto, la diferencia de potencial entre sus terminales corresponde al voltaje entre los puntos P y R :



$$V_C = V_P - V_R$$

Partiendo desde el nodo P y recorriendo el circuito hasta el nodo R :

$$V_P - 80 - 0,5i - 6i - 2i + 50 = V_R$$

Entonces:

$$V_P - V_R = 30 + 8,5i$$

Del ítem anterior:

$$i = -4,65 \text{ A}$$

Reemplazando:

$$V_P - V_R = 30 + 8,5(-4,65)$$

$$V_P - V_R = -9,53 \text{ V}$$

La diferencia de potencial en magnitud sobre el capacitor es:

$$|V_C| = 9,53 \text{ V}$$

La carga almacenada en el capacitor es:

$$Q = CV$$

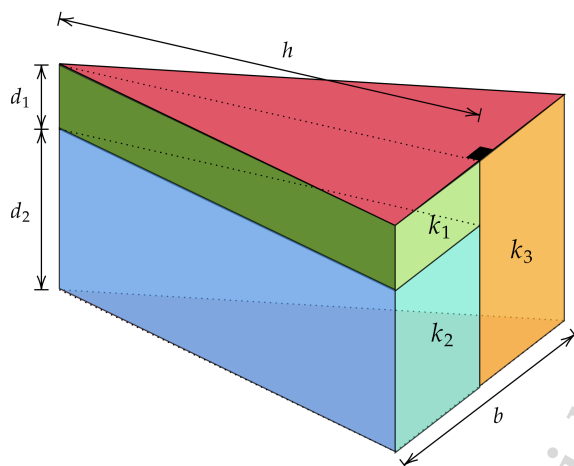
$$Q = (3 \times 10^{-6})(9,53)$$

$$Q = 28,6 \times 10^{-6} \text{ C}$$

Finalmente:

$$Q = 28,6 \mu\text{C}$$

Problema 6 (4 puntos) — La figura muestra un capacitor de placas paralelas cuya placa tiene forma de triángulo isósceles, con base $b = 0,8 \text{ mm}$ y altura $h = 1,2 \text{ mm}$. El capacitor se encuentra conectado a una fuente ideal de voltaje $V = 150 \text{ V}$. El espacio entre las placas está ocupado por tres materiales dieléctricos. En una de las regiones, los dieléctricos $k_1 = 1,5$ y $k_2 = 1,2$ se encuentran colocados en serie, con espesores $d_1 = 0,3 \text{ mm}$ y $d_2 = 0,7 \text{ mm}$, respectivamente. En la otra región, el dieléctrico $k_3 = 1,8$ ocupa todo el espesor entre las placas, es decir, un espesor total $d_1 + d_2$, tal como se muestra en la figura.



a) (2 puntos) Determine la capacitancia equivalente del sistema.

Solución:

El área total de la placa triangular es:

$$A = \frac{bh}{2}$$

$$A = \frac{(0,8 \times 10^{-3})(1,2 \times 10^{-3})}{2}$$

$$A = 4,8 \times 10^{-7} \text{ m}^2$$

Como el capacitor está dividido en dos regiones de igual área:

$$A_1 = A_2 = \frac{A}{2}$$

$$A_1 = A_2 = 2,4 \times 10^{-7} \text{ m}^2$$

Capacitancia del dieléctrico k_1 :

$$C_1 = \frac{k_1 \epsilon_0 A_1}{d_1}$$

$$C_1 = \frac{(1,5)(8,85 \times 10^{-12})(2,4 \times 10^{-7})}{0,3 \times 10^{-3}}$$

$$C_1 = 10,62 \times 10^{-15} \text{ F}$$

Capacitancia del dieléctrico k_2 :

$$C_2 = \frac{k_2 \epsilon_0 A_1}{d_2}$$

$$C_2 = \frac{(1,2)(8,85 \times 10^{-12})(2,4 \times 10^{-7})}{0,7 \times 10^{-3}}$$

$$C_2 = 3,64 \times 10^{-15} \text{ F}$$

Como k_1 y k_2 están en serie:

$$\frac{1}{C_{12}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$\frac{1}{C_{12}} = \frac{1}{10,62 \times 10^{-15}} + \frac{1}{3,64 \times 10^{-15}}$$

$$C_{12} = 2,71 \times 10^{-15} \text{ F}$$

Capacitancia del dieléctrico k_3 :

El espesor total es:

$$d = d_1 + d_2$$

$$d = 0,3 \times 10^{-3} + 0,7 \times 10^{-3}$$

$$d = 1,0 \times 10^{-3} \text{ m}$$

Entonces:

$$C_3 = \frac{k_3 \varepsilon_0 A_2}{d}$$

$$C_3 = \frac{(1,8)(8,85 \times 10^{-12})(2,4 \times 10^{-7})}{1,0 \times 10^{-3}}$$

$$C_3 = 3,82 \times 10^{-15} \text{ F}$$

Finalmente, como ambas regiones están en paralelo:

$$C_{eq} = C_{12} + C_3$$

$$C_{eq} = 2,71 \times 10^{-15} + 3,82 \times 10^{-15}$$

$$C_{eq} = 6,53 \times 10^{-15} \text{ F}$$

b) (1 punto) Determine la carga almacenada en la región ocupada por el dieléctrico k_1 .

Solución:

La región ocupada por los dieléctricos k_1 y k_2 equivale a un arreglo de capacitores en serie cuya capacitancia equivalente es:

$$C_{12} = 2,71 \times 10^{-15} \text{ F}$$

Como esta región está conectada directamente a la fuente:

$$V = 150 \text{ V}$$

La carga almacenada en la rama es:

$$Q_{12} = C_{12}V$$

$$Q_{12} = (2,71 \times 10^{-15})(150)$$

$$Q_{12} = 4,07 \times 10^{-13} \text{ C}$$

En un arreglo de capacitores en serie, todos los capacitores almacenan la misma magnitud de carga. Por lo tanto:

$$Q_{k_1} = Q_{k_2} = Q_{12}$$

Finalmente:

$$Q_{k_1} = 4,07 \times 10^{-13} \text{ C}$$

c) (1 punto) Determine la magnitud del campo eléctrico en el dieléctrico k_2 .

Solución:

En el dieléctrico k_2 , el campo eléctrico puede obtenerse mediante:

$$E_{k_2} = \frac{V_{k_2}}{d_2}$$

Primero hallamos el voltaje en el dieléctrico k_2 .

Como los dieléctricos k_1 y k_2 están en serie, ambos almacenan la misma carga:

$$Q_{k_2} = 4,07 \times 10^{-13} \text{ C}$$

Además, la capacitancia de k_2 es:

$$C_2 = 3,64 \times 10^{-15} \text{ F}$$

Entonces:

$$V_{k_2} = \frac{Q_{k_2}}{C_2}$$

$$V_{k_2} = \frac{4,07 \times 10^{-13}}{3,64 \times 10^{-15}}$$

$$V_{k_2} = 111,8 \text{ V}$$

Ahora:

$$E_{k_2} = \frac{V_{k_2}}{d_2}$$

$$E_{k_2} = \frac{111,8}{0,7 \times 10^{-3}}$$

$$E_{k_2} = 1,60 \times 10^5 \text{ N/C}$$