

Examen Parcial

Apellidos y Nombres: _____ Teoría: _____

Indicaciones

- La duración del examen es de 100 minutos.
- Se permite el uso personal de calculadoras.
- No se permite el uso de celulares, relojes o cualquier otro dispositivo de comunicación.
- No se permite el uso de copias, apuntes, libros u hojas propias.
- De usar una fórmula que no se encuentre en el formulario debe demostrarla.
- **No se asignará puntaje a las respuestas o soluciones que carezcan de justificación o procedimiento. Tampoco, se le asignará puntaje a los procedimientos o soluciones desordenadas o que no se entiendan claramente.**

Pregunta 1

(5 puntos) Responda a las siguientes preguntas **justificando su respuesta**.

a) i. (1 punto) Un capacitor C_1 , inicialmente descargado, se conecta a una pila de voltaje V . Explique qué sucede con la carga y el voltaje del capacitor en este proceso.

El capacitor se carga gradualmente hasta alcanzar su carga máxima ($Q = C_1 V$). Además, el voltaje entre las placas aumenta gradualmente hasta igualarse con el de la fuente V .

ii. (1,5 puntos) Mucho tiempo después, C_1 se desconecta de la batería y se conecta a otro capacitor descargado, C_2 . Explique qué ocurre ahora con los capacitores C_1 y C_2 , y cómo queda el voltaje en cada uno al final del proceso.

Al conectarse, la carga inicialmente almacenada en C_1 se redistribuye entre ambos capacitores. C_1 se descarga parcialmente y esa carga empieza a acumularse en C_2 . Al final, ambos capacitores quedan con el mismo voltaje.

b) (1,5 puntos) Tras caminar por una alfombra y tocar con su mano un escritorio metálico, una persona recibe una fuerte descarga eléctrica con un chispazo visible. Explique por qué ocurre esto.

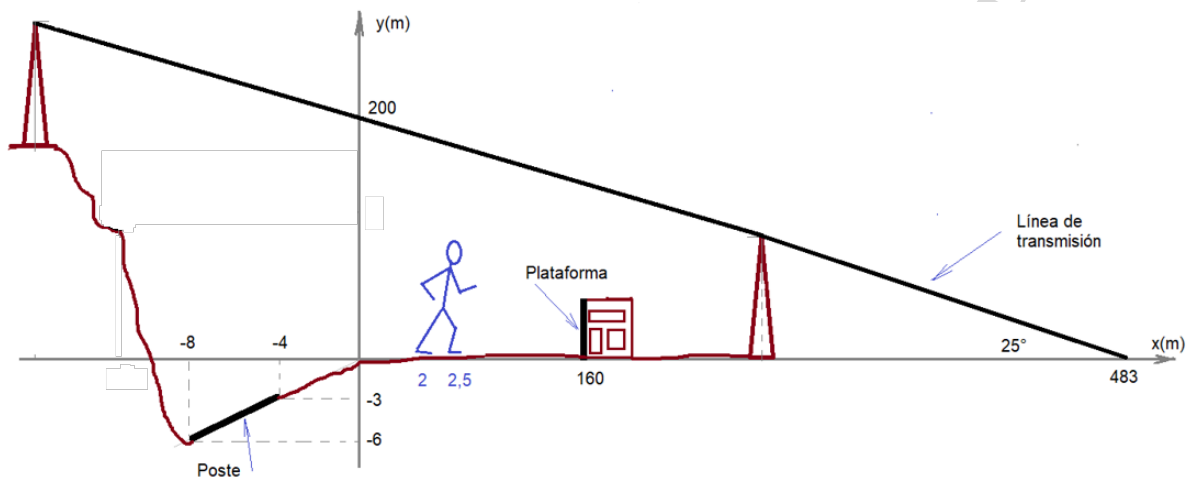
Al caminar sobre una alfombra, el cuerpo de la persona acumula carga eléctrica debido a la fricción entre los zapatos y la superficie. Esto genera una diferencia de potencial entre su cuerpo y el escritorio metálico. Cuando la mano se aproxima, el campo eléctrico entre ambos puede superar el umbral de ruptura del aire ($\approx 3 \times 10^6$ V/m), lo que provoca una descarga súbita en forma de chispa visible.

c) (1 punto) Un estudiante conecta un horno eléctrico a una línea de 15 A. Si utiliza cables gruesos, observa que el fusible se funde. Sin embargo, si emplea cables delgados y de la misma longitud, el horno funciona con normalidad. ¿A qué se debe esto?

Cuando se usan cables gruesos, su resistencia eléctrica es menor, lo que permite que el horno reciba más corriente. Si esta corriente supera los 15 A, el fusible se funde para proteger el circuito. En cambio, al usar cables más delgados, la resistencia aumenta, lo que limita la corriente que puede circular. Como resultado, la corriente se mantiene dentro del límite permitido, y el horno funciona sin que el fusible se funda.

Pregunta 2

(5 puntos) Una descarga eléctrica cae sobre un poste de alumbrado público, lo que causa daños y deja algunos objetos electrizados, conforme se representa en la figura.



- En la parte frontal de la casa, se encuentra una gran plataforma conductora (por su gran tamaño, puede modelarse como un plano conductor infinito), la cual corta al eje X en $x = 160$ m. Accidentalmente, recibe una descarga eléctrica y adquiere una densidad de carga superficial $\sigma = -0,4 \mu\text{C}/\text{m}^2$.
- Un poste de madera de 5 m de alto, en cuyo interior se encuentra un alambre conductor de igual longitud, se carga con densidad de carga uniforme $\lambda_1 = -2 \mu\text{C}/\text{m}$, y cae sobre la superficie, alineado desde $(-4; -3)$ m hasta $(-8; -6)$ m.
- Dos torres de alta tensión, muy distantes entre sí, soportan una línea de transmisión, de densidad de carga uniforme $\lambda_2 = +2 \mu\text{C}/\text{m}$. La línea de transmisión pasa por los puntos $(483; 0)$ m y $(0; 200)$ m.

Se le pide calcular, **para el origen de coordenadas**:

a) (0,5 puntos) El campo eléctrico producido por la plataforma.

Como la plataforma se modela como un plano infinito, su magnitud está dada por:

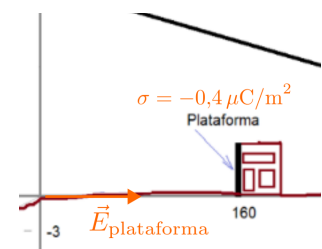
$$E_{\text{plataforma}} = 2\pi k |\sigma|$$

$$E_{\text{plataforma}} = 2\pi (9 \times 10^9) (0,4 \times 10^{-6})$$

$$E_{\text{plataforma}} = 2,26 \times 10^4 \text{ N/C}$$

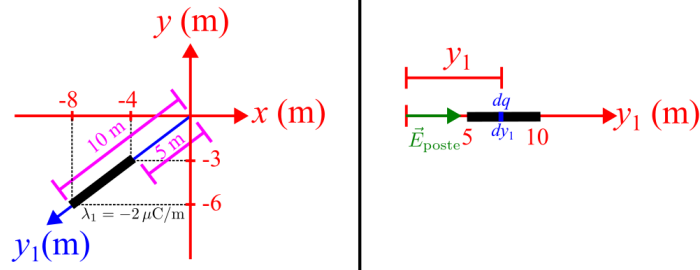
Finalmente, el campo eléctrico de la plataforma está dado por:

$$\vec{E}_{\text{plataforma}} = 2,26 \times 10^4 \hat{i} \text{ N/C}$$



- b) (2 puntos) El campo eléctrico producido por el alambre conductor finito que contiene el poste.

Para determinar el módulo del campo eléctrico, rotemos el sistema de referencia.



A partir de ello, el valor del campo eléctrico de un diferencial de carga está dado por:

$$dE_{\text{poste}} = \frac{k|dq|}{r^2}$$

Pero $dq = \lambda_1 dy_1$ y de la figura se observa que $r = y_1$. Entonces,

$$dE_{\text{poste}} = \frac{k|\lambda_1| dy_1}{y_1^2}$$

$$E_{\text{poste}} = \int_5^{10} \frac{k|\lambda_1|}{y_1^2} dy_1$$

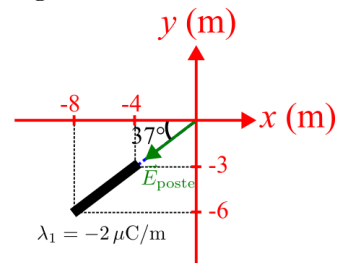
$$E_{\text{poste}} = \int_5^{10} \frac{(9 \times 10^9)(2 \times 10^{-6})}{y_1^2} dy_1$$

$$E_{\text{poste}} = 1800 \text{ N/C}$$

Regresando al sistema de referencia original, como se ve en la figura:

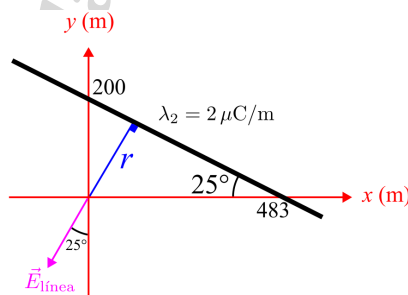
$$\vec{E}_{\text{poste}} = -1800 \cos(37^\circ) \hat{i} - 1800 \sin(37^\circ) \hat{j}$$

$$\vec{E}_{\text{poste}} = -1437,48 \hat{i} - 1083,24 \hat{j} \text{ N/C}$$



- c) (1 punto) El campo eléctrico producido por la línea de transmisión.

Por geometría:



$$\sin(25^\circ) = \frac{r}{483}$$

$$r = 204,120 \text{ m}$$

La magnitud del campo eléctrico de un alambre infinito está dada por:

$$E_{\text{línea}} = 2 \frac{k|\lambda_2|}{r}$$

$$E_{\text{línea}} = \frac{2(9 \times 10^9)(2 \times 10^{-6})}{204,120}$$

$$E_{\text{línea}} = 176,367 \text{ N/C}$$

Finalmente, el vector será:

$$\vec{E}_{\text{línea}} = -176,367 \sin(25^\circ) \hat{i} - 176,367 \cos(25^\circ) \hat{j}$$

$$\vec{E}_{\text{línea}} = -74,54 \hat{i} - 159,84 \hat{j} \text{ N/C}$$

Si la persona en la figura percibe únicamente el campo eléctrico producido por la plataforma y posee una resistencia eléctrica de 150Ω , calcule:

d) (1,5 puntos) La intensidad de corriente que la atraviesa.

Como el campo eléctrico que experimenta la persona es aproximadamente constante:

$$\Delta V = E \cdot d$$

Los pies de la persona están separados $d = 2,5 - 2 = 0,5 \text{ m}$

$$\Delta V = (2,26 \times 10^4) \cdot (0,5)$$

$$\Delta V = 11300 \text{ V}$$

Por la ley de Ohm:

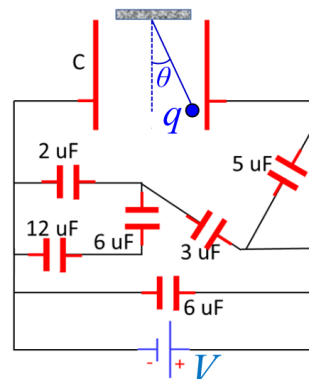
$$I = \frac{\Delta V}{R}$$

$$I = \frac{11300}{150}$$

$$I = 75,33 \text{ A}$$

Pregunta 3

(6,5 puntos) En el circuito de la figura, el capacitor C tiene una capacitancia de $4 \mu\text{F}$ y está formado por dos placas planas paralelas de área $4 \times 10^{-4} \text{ m}^2$, las cuales están separadas por aire. Una carga q de masa $m = 5 \times 10^{-3} \text{ kg}$ cuelga entre las placas del capacitor, por medio de un hilo aislante que forma un ángulo de $\theta = 30^\circ$ con la vertical. La carga en el capacitor de $3 \mu\text{F}$ es de $24 \mu\text{C}$. Determine:



a) (1 punto) La distancia d de separación entre las placas del capacitor C .

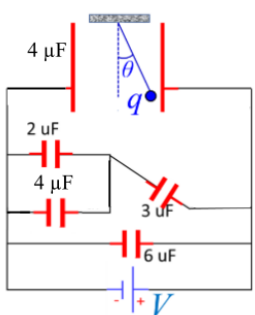
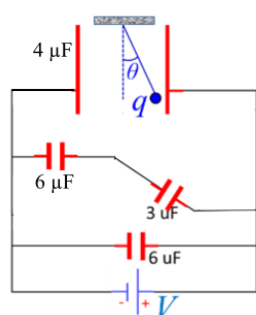
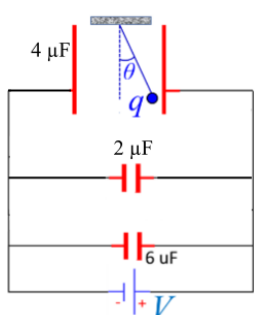
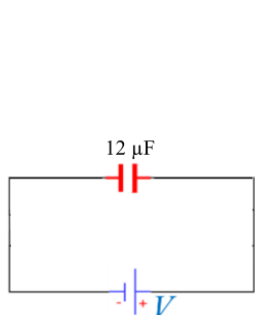
Se sabe que

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

$$4 \times 10^{-6} = \frac{(8,85 \times 10^{-12})(4 \times 10^{-4})}{d}$$

$$d = 8,85 \times 10^{-10} \text{ m}$$

b) (1,5 puntos) La capacitancia equivalente C_{eq} del circuito. **Debe dibujar cada reducción del circuito que realice.**

(i) - El capacitor de $5 \mu\text{F}$ está en corto. - Los capacitores de $12 \mu\text{F}$ y $6 \mu\text{F}$ están en serie. $C_{eq1} = \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{12}\right)^{-1}$ $C_{eq1} = 4 \mu\text{F}$ 	(ii) Los capacitores de $2 \mu\text{F}$ y $4 \mu\text{F}$ están en paralelo. $C_{eq2} = 2 + 4$ $C_{eq2} = 6 \mu\text{F}$ 	(iii) Los capacitores de $6 \mu\text{F}$ y $3 \mu\text{F}$ están en serie. $C_{eq3} = \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{3}\right)^{-1}$ $C_{eq3} = 2 \mu\text{F}$ 	(iv) Los capacitores de $4 \mu\text{F}$, $2 \mu\text{F}$ y $6 \mu\text{F}$ están en paralelo. $C_{eq} = 4 + 2 + 6$ $C_{eq} = 12 \mu\text{F}$ 
--	--	---	---

c) (1 puntos) El voltaje de la fuente de energía V .

En (ii), como los capacitores de $3 \mu\text{F}$ y $6 \mu\text{F}$ están en serie, ambos tienen la misma carga que el de su equivalente:

$$Q_{3 \mu\text{F}} = Q_{2 \mu\text{F}} = 24 \mu\text{C}$$

Luego, en (iii), el capacitor de $2 \mu\text{F}$ está en paralelo con la fuente de voltaje V , por lo que ambos tienen el mismo voltaje:

$$V = V_{2 \mu\text{F}} = \frac{Q_{2 \mu\text{F}}}{C_{2 \mu\text{F}}} = \frac{24}{2} = 12 \text{ V}$$

d) (1 punto) La carga del capacitor de $12 \mu\text{F}$.

En (ii), como los capacitores de $3 \mu\text{F}$ y $6 \mu\text{F}$ están en serie, ambos tienen la misma carga:

$$Q_{3 \mu\text{F}} = Q_{6 \mu\text{F}} = 24 \mu\text{C}$$

El voltaje en el capacitor de $6 \mu\text{F}$ será:

$$V_{6 \mu\text{F}} = \frac{Q_{6 \mu\text{F}}}{C_{6 \mu\text{F}}} = \frac{24}{6} = 4 \text{ V}$$

Este capacitor de $6\ \mu\text{F}$ es equivalente a la combinación en paralelo de los capacitores de $2\ \mu\text{F}$ y $4\ \mu\text{F}$, por lo que el voltaje en este último será:

$$V_{4\ \mu\text{F}} = 4\ \text{V}$$

La carga en el capacitor de $4\ \mu\text{F}$ será:

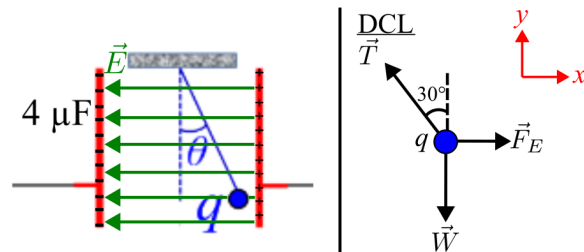
$$Q_{4\ \mu\text{F}} = C_{4\ \mu\text{F}} \cdot V_{4\ \mu\text{F}} = 4 \cdot 4 = 16\ \mu\text{C}$$

Pero como el capacitor de $4\ \mu\text{F}$ proviene del equivalente en serie de los capacitores de $6\ \mu\text{F}$ y $12\ \mu\text{F}$, su carga será

$$Q_{12\ \mu\text{F}} = Q_{4\ \mu\text{F}} = 16\ \mu\text{C}$$

e) (2 puntos) La magnitud de la carga q .

La placa izquierda del capacitor está conectada al polo negativo del voltaje, mientras que la placa derecha al positivo. Por tanto, el campo eléctrico apunta hacia la izquierda.



A partir del diagrama de cuerpo libre, para que la carga se mantenga en 30° en equilibrio, esta debe ser negativa, de modo que la fuerza eléctrica apunte hacia la derecha y se equilibre con la tensión.

En y :

$$\sum F_y = 0$$

$$T \cos 30^\circ = mg$$

$$T \cos 30^\circ = 5 \times 10^{-3} \cdot 9,8$$

$$T = 0,0566\ \text{N}$$

En x :

$$\sum F_x = 0$$

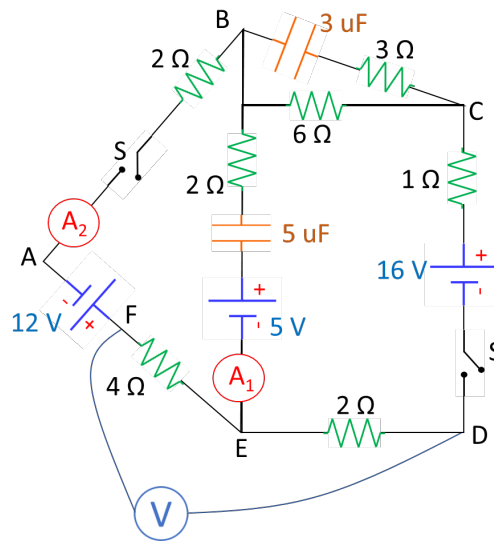
$$T \sin 30^\circ = |q| \cdot E$$

$$T \sin 30^\circ = |q| \cdot \frac{12}{8,85 \times 10^{-10}}$$

$$|q| = 2,09 \times 10^{-12}\ \text{C}$$

Pregunta 4

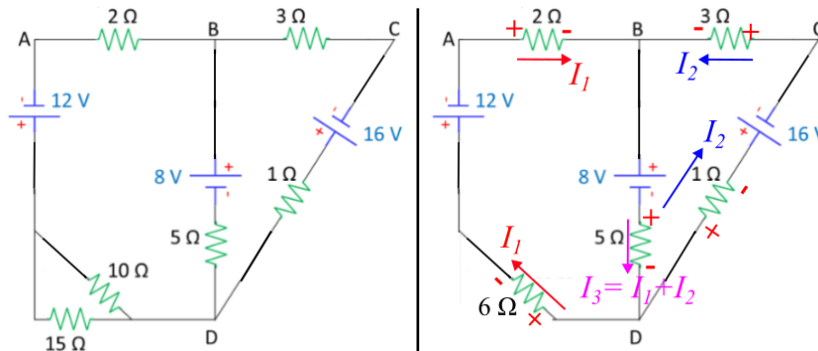
(5,5 puntos) En el circuito mostrado en la figura, los instrumentos son ideales y los capacitores están inicialmente descargados.



Calcule, para **el instante en que se cierran los interruptores S** a la vez:

a) (2,5 puntos) La lectura del amperímetro A_1 .

En el instante que se cierran los interruptores, los capacitores se cortocircuitan. Luego, las resistencias de $15\ \Omega$ y $10\ \Omega$ están en paralelo y su equivalente será de $6\ \Omega$. Considerando el circuito reducido a la derecha con las corrientes de la figura:



En la malla izquierda:

$$-6I_1 - 12 - 2I_1 - 8 - 5(I_1 + I_2) = 0$$

En la malla derecha:

$$-3I_2 - 8 - 5(I_1 + I_2) - I_2 - 16 = 0$$

Resolviendo el sistema:

$$I_1 = -0,652\ \text{A} \quad I_2 = -2,304\ \text{A}$$

El amperímetro mide la corriente en la rama central:

$$I_3 = I_1 + I_2 = (-0,652) + (-2,304) = -2,956\ \text{A}$$

De tal forma, el amperímetro mide:

$$A_1 = 2,96\ \text{A}$$

b) (1 punto) La lectura del voltímetro V .

El voltímetro mide la diferencia de potencial entre los puntos C y A.

$$\begin{aligned} V_A - 2I_1 + 3I_2 &= V_C \\ V_C - V_A &= -2(-0,652) + 3(-2,304) \\ V &= |V_C - V_A| = 5,61 \text{ V} \end{aligned}$$

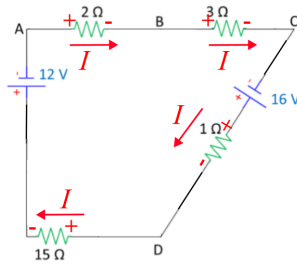
c) (0,5 puntos) La diferencia de potencial $V_B - V_D$.

$$\begin{aligned} V_B - 8 - 5(I_1 + I_2) &= V_D \\ V_B - V_D &= 8 + 5(-0,652 + -2,304) \\ V_B - V_D &= -6,78 \text{ V} \end{aligned}$$

Transcurrido un tiempo muy largo, determine:

d) (0,75 puntos) La lectura del amperímetro A_2 .

Para tiempos largos, los capacitores se comportan como un circuito abierto en el lugar donde están, por lo que el circuito se reduce a lo siguiente:



De tal forma:

$$\begin{aligned} -2I - 3I + 16 - 1I - 15I - 12 &= 0 \\ I &= 0,19 \text{ A} \end{aligned}$$

Entonces,

$$A_2 = 0,19 \text{ A}$$

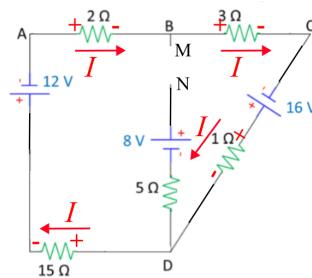
Pero como el capacitor de $4 \mu\text{F}$ proviene del equivalente en serie de los capacitores de $6 \mu\text{F}$ y $12 \mu\text{F}$, su carga será

$$Q_{12 \mu\text{F}} = Q_{4 \mu\text{F}} = 16 \mu\text{C}$$

e) (0,75 puntos) La carga en el capacitor de $5 \mu\text{F}$.

El voltaje en el capacitor será igual al voltaje entre los puntos M y N:

$$\begin{aligned} V_M + 2I + 12 + 15I + 5(0) + 8 &= V_N \\ |V_M - V_N| &= V_{3 \mu\text{F}} = 23,23 \text{ V} \\ V_{3 \mu\text{F}} &= 23,23 \text{ V} \end{aligned}$$



Finalmente, la carga en el capacitor está dada por:

$$Q_{5\mu F} = V_{5\mu F} \cdot C_{5\mu F}$$

$$Q_{5\mu F} = 23,23 \cdot 5 = 116,15 \mu\text{C}$$

$$Q_{5\mu F} = 116,15 \mu\text{C}$$

CC1122 - Fundamentos de electricidad y magnetismo