

Examen Final

Apellidos y Nombres: _____ Sección: _____

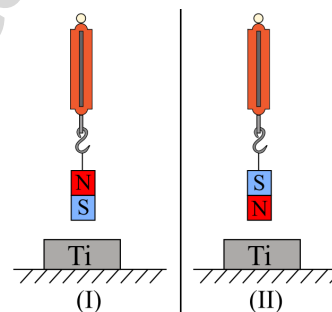
Indicaciones

- La duración del examen es de 100 minutos.
- Se permite el uso personal de calculadoras.
- No se permite el uso de celulares, relojes o cualquier otro dispositivo de comunicación.
- No se permite el uso de copias, apuntes, libros u hojas propias.
- De usar una fórmula que no se encuentre en el formulario, debe demostrarla.
- **No se asignará puntaje a las respuestas o soluciones que carezcan de justificación o procedimiento. Tampoco se asignará puntaje a los procedimientos o soluciones desordenadas o que no se entiendan claramente.**

Pregunta 1

(6 puntos) **Responda las siguientes preguntas detalladamente y justifique cada respuesta, aplicando los conceptos estudiados en clase.**

a) (1 punto) Un imán muy potente cuelga de un dinamómetro fijo (instrumento que mide la fuerza con la que está siendo sostenido). En (I) se coloca un bloque de titanio (material paramagnético) debajo de él. Luego, en (II) el bloque se mantiene debajo, pero se invierte la orientación del imán. ¿Cómo variaría la lectura del dinamómetro en (I) Y (II)? Justifique su respuesta.



En ambos casos, al ser el titanio un material paramagnético, se magnetiza en la misma dirección del campo aplicado, generando una fuerza de atracción sin importar la orientación del imán. Como tanto el imán como el bloque son los mismos, la intensidad de la interacción no varía, por lo que la lectura del dinamómetro no cambia.

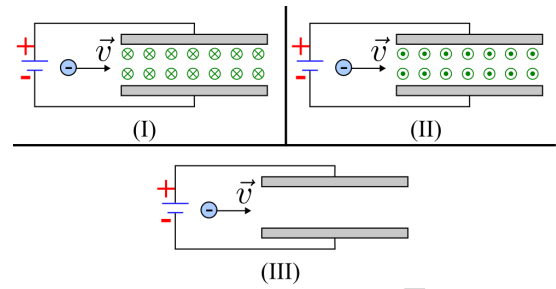
b) (1 punto) Como futuro ingeniero, usted forma parte del equipo de diseño de un generador eólico destinado a electrificar comunidades rurales sin acceso a la red eléctrica. Dé dos parámetros físicos que modificaría y **de qué manera**, para lograr que el generador produzca la mayor fuerza electromotriz posible.

Nota: Se debe especificar cómo deben cambiar los parámetros, no solo mencionar que deben variar .

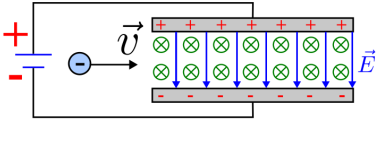
Para lograr que el generador produzca la mayor fuerza electromotriz posible, se pueden modificar los siguientes parámetros físicos:

- Aumentar el número de espiras en la bobina, ya que la fuerza electromotriz inducida es directamente proporcional a este número.
- Incrementar la intensidad del campo magnético, utilizando imanes más potentes para aumentar el flujo magnético.
- Aumentar el área de cada espira, lo cual también incrementa el flujo magnético total y, por tanto, la fem inducida.

c) (1 puntos) En un laboratorio de control de calidad minera, se emplean partículas cargadas negativamente obtenidas por ionización láser de una muestra de mineral pulverizado. Para identificar metales pesados presentes en trazas mediante espectrometría de masas, es necesario seleccionar únicamente aquellas partículas con una velocidad específica. Como ingeniero responsable, usted debe elegir cuál de los tres arreglos mostrados permite implementar un selector de velocidades efectivo para este caso. Justifique su respuesta.



- Arreglo I ○ Arreglo II ○ Arreglo III ○ Ninguno de los anteriores



DCL:

A partir de la polarización de las placas, el campo eléctrico apunta hacia abajo. Como la partícula es negativa, la fuerza eléctrica actúa hacia arriba. Para que la partícula se desplace sin desviarse, como ocurre en un selector de velocidades para partículas que tienen una rapidez específica, la fuerza eléctrica debe equilibrarse con la fuerza magnética, por lo que esta última debe apuntar hacia abajo. Esto solo se cumple, según la regla de la mano derecha, en el Arreglo I.

d) (1 punto) Durante el desarrollo de un sistema de respaldo eléctrico para una estación de bombeo en una zona rural, se decide utilizar un generador que entregue corriente directa para cargar un banco de baterías que alimenta sensores críticos en caso de corte de energía. ¿Sería adecuado utilizar anillos colectores para este caso?

No sería adecuado utilizar anillos colectores, ya que estos permiten extraer corriente alterna. En este caso se requiere corriente directa para cargar el banco de baterías, por lo que debe emplearse un conmutador. Este dispositivo rectifica la corriente cada media vuelta con lo que se logra obtener ese tipo de corriente.

e) (2 puntos) Un detector de metales en un aeropuerto tiene la forma de un arco y en su interior contiene dos bobinas conectadas a una fuente de corriente alterna. Este sistema utiliza energía electromagnética para la detección de objetos metálicos.

i. (1,5 puntos) ¿Qué efectos físicos produce el campo electromagnético del detector sobre una pieza de hierro que lleva en el bolsillo?

Nota: Como máximo se puede obtener 1,5 puntos en este inciso.



Como el detector funciona con corriente alterna, el campo magnético en el detector varía en el tiempo, lo que genera un cambio de flujo. Este cambio induce corrientes parásitas en la pieza de hierro, las cuales a su vez generan un campo magnético inducido.

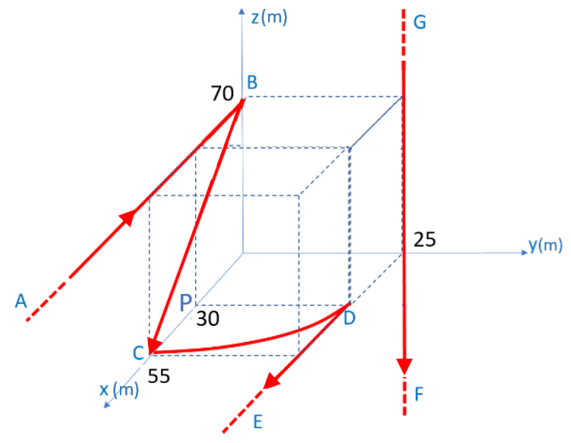
Opcional: Como el hierro es ferromagnético, se magnetiza en la misma dirección del campo y se genera una fuerza de atracción.

ii. (0,5 puntos) ¿Qué ocurrirá si en el otro bolsillo lleva una moneda de oro? Considere que el oro es un material diamagnético.

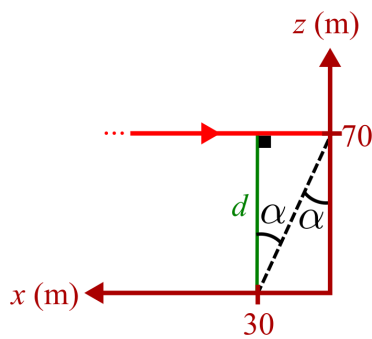
Como el oro es un material diamagnético, la variación del flujo magnético inducirá una corriente parásita muy débil. Según la ley de Faraday, esta corriente generará un campo magnético inducido de baja magnitud y en sentido opuesto al cambio de flujo aplicado. Debido a que esta interacción es mínima, el detector no se activará o detectará un cambio muy pequeño.

Pregunta 2

(6 puntos) Una empresa de transporte eléctrico está diseñando el sistema de alimentación para una estación automatizada ubicada en una planta de procesamiento de minerales. Los conductores que alimentan el sistema recorren un trayecto tridimensional dentro de una estructura metálica, y parte del sistema incluye un cable muy largo por el que circula una corriente de 25 A a lo largo del tramo ABCDE, así como otro conductor rectilíneo FG, también muy largo y paralelo al eje z , que transporta una corriente de 30 A. Por seguridad, es necesario conocer la intensidad y dirección del campo magnético generado en el punto $P(30; 0; 0)$ m, donde se instalará un sensor de posicionamiento altamente sensible a interferencias magnéticas. Calcule el campo magnético en el punto P de:



a) (1 punto) La sección AB del primer cable.



Por geometría:

$$\tan(\alpha) = \frac{30}{70} \Rightarrow \alpha = 23,199^\circ$$

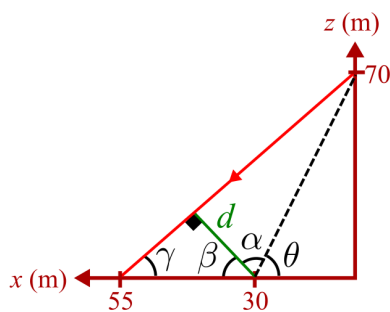
El campo estará dado por:

$$B_{AB} = \frac{\mu_0 I}{4\pi d} (\sin \alpha + \sin \beta)$$

$$B_{AB} = \frac{(4\pi \times 10^{-7})(25)}{4\pi \cdot 70} (\sin(23,199^\circ) + \sin(90^\circ))$$

$$B_{AB} = 4,98 \times 10^{-8} \text{ T} \Rightarrow \vec{B}_{AB} = 4,98 \times 10^{-8} (-\hat{j}) \text{ T}$$

b) (1,5 puntos) La sección BC del primer cable.



Por geometría:

$$\tan(\gamma) = \frac{70}{55} \Rightarrow \gamma = 51,843^\circ$$

$$\sin(\gamma) = \frac{d}{55 - 30} \Rightarrow d = 19,658 \text{ m}$$

$$\gamma + \beta = 90^\circ \Rightarrow \beta = 38,157^\circ$$

$$\tan(\theta) = \frac{70}{30} \Rightarrow \theta = 66,801^\circ$$

$$\beta + \alpha + \theta = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 75,041^\circ$$

El campo estará dado por:

$$B_{BC} = \frac{\mu_0 I}{4\pi d} (\sin \alpha + \sin \beta)$$

$$B_{BC} = \frac{(4\pi \times 10^{-7})(25)}{4\pi \cdot 19,658} (\sin(75,041^\circ) + \sin(38,157^\circ))$$

$$B_{BC} = 2,01 \times 10^{-7} \text{ T} \Rightarrow \vec{B}_{BC} = 2,01 \times 10^{-7} \hat{j} \text{ T}$$

c) (1 punto) La sección CD del primer cable.

$$B_{CD} = \frac{\mu_0 I}{2R} \left(\frac{\theta}{360^\circ} \right)$$

$$B_{CD} = \frac{(4\pi \times 10^{-7})(25)}{2 \cdot 25} \left(\frac{90^\circ}{360^\circ} \right)$$

$$B_{CD} = 1,57 \times 10^{-7} \text{ T}$$

$$\vec{B}_{CD} = 1,57 \times 10^{-7} \hat{k} \text{ T}$$

d) (1 punto) La sección DE del primer cable.

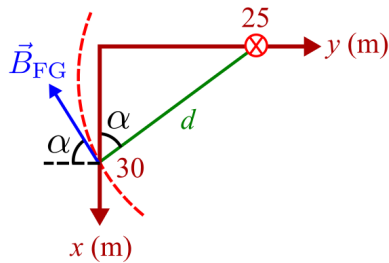
$$B_{DE} = \frac{\mu_0 I}{4\pi d} (\sin \alpha + \sin \beta)$$

$$B_{DE} = \frac{(4\pi \times 10^{-7})(25)}{4\pi \cdot 25} (\sin(0^\circ) + \sin(90^\circ))$$

$$B_{DE} = 1,00 \times 10^{-7} \text{ T}$$

$$\vec{B}_{DE} = 1,00 \times 10^{-7} (-\hat{k}) \text{ T}$$

e) (1,5 puntos) El cable FG.



Por geometría:

$$\tan(\alpha) = \frac{25}{30} \Rightarrow \alpha = 39,806^\circ$$

$$r = \sqrt{25^2 + 30^2} = 39,051 \text{ m}$$

El campo magnético para un cable muy largo está dado por:

$$B_{FG} = \frac{\mu_0 I}{4\pi d} (\sin \alpha + \sin \beta) = \frac{\mu_0 I}{4\pi d} (\sin 90^\circ + \sin 90^\circ) = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$$

$$B_{FG} = \frac{(4\pi \times 10^{-7})(30)}{2\pi \cdot 39,051} = 1,54 \times 10^{-7} \text{ T}$$

Vectorialmente:

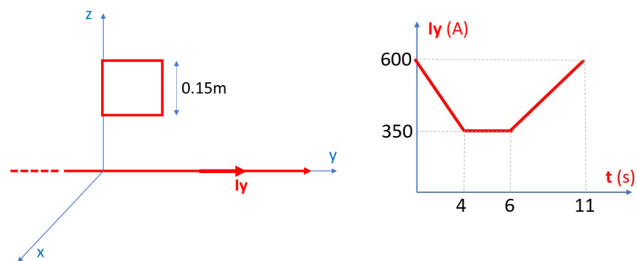
$$\vec{B}_{FG} = B_{FG}(-\sin \alpha \hat{i} - \cos \alpha \hat{j})$$

$$\vec{B}_{FG} = 1,54 \times 10^{-7} (-\sin(39,806^\circ) \hat{i} - \cos(39,806^\circ) \hat{j})$$

$$\vec{B}_{FG} = -9,84 \times 10^{-8} \hat{i} - 1,18 \times 10^{-7} \hat{j} \text{ T}$$

Pregunta 3

(3,5 puntos) Como parte de un sistema de monitoreo remoto, se instala una espira cuadrada de 0,15 m de lado sobre el plano yz , cuyo centro se encuentra a una distancia de 1 m de un cable de alta tensión de 52 km tendido a lo largo del eje y . La corriente en el cable varía con el tiempo como se muestra en el gráfico derecho. Dado que la espira es pequeña, el campo sobre ella puede considerarse uniforme e igual al de su centro.



a) (2 puntos) Explique y justifique la dirección de la corriente inducida en la espira durante los siguientes intervalos de tiempo: $t \in \langle 0, 4 \rangle$ s, $t \in \langle 4, 6 \rangle$ s y $t \in \langle 6, 11 \rangle$ s.

Notas:

- Las leyes de Faraday y Lenz se refieren al cambio de **flujo magnético**.
- Decir solo “hacia arriba”, “hacia la derecha”, “en la dirección $-\hat{j}$ ”, etc. es ambiguo. Por ejemplo, si solo se indica que el campo va “hacia arriba” sin ninguna otra especificación, desde el lado izquierdo implicaría una corriente en sentido horario, mientras que desde el lado derecho implicaría una corriente en sentido antihorario.

Primer intervalo: $t \in \langle 0, 4 \rangle$ s

En este intervalo, la corriente disminuye, por lo que también lo hace el campo magnético generado por el cable en la zona de la espira. Como consecuencia, el **flujo magnético** decrece. Según la ley de Lenz, para contrarrestar esa disminución, el campo magnético inducido se orienta en el mismo sentido que el campo del cable (en $+\hat{i}$). Aplicando la regla de la mano derecha, la corriente inducida es antihoraria.

Segundo intervalo: $t \in \langle 4, 6 \rangle$ s

En este intervalo, como la corriente se mantiene constante, el campo magnético también lo hace, y por tanto el **flujo magnético** no varía. En consecuencia, no se induce corriente en la espira.

Tercer intervalo: $t \in \langle 6, 11 \rangle$ s

En este intervalo, la corriente aumenta, incrementando el campo magnético del cable sobre la espira. Esto implica que el **flujo magnético** crece. De tal forma, la ley de Lenz indica que el campo inducido se opone al del cable (en $-\hat{i}$) para contrarrestar el aumento de flujo. Por la regla de la mano derecha, la corriente inducida es horaria.

b) (1,5 puntos) Exprese la fem inducida en la espira en función del tiempo durante el intervalo $t \in \langle 6, 11 \rangle$ s.

En el intervalo dado, la corriente varía linealmente con el tiempo y puede expresarse como $I(t) = at + b$. Dado que pasa por los puntos (6, 350) y (11, 600), la pendiente es:

$$a = \frac{600 - 350}{11 - 6} = 50$$

Reemplazando en $I(t) = at + b$, teniendo en cuenta que en $t = 6$ la corriente es $I = 350$:

$$350 = 50 \cdot 6 + b \Rightarrow b = 50$$

Por lo tanto, la expresión de la corriente es $I(t) = 50t + 50$ A. El campo magnético en el centro de la espira es:

$$B(t) = \frac{\mu_0 I(t)}{2\pi r} = \frac{(4\pi \times 10^{-7})(50t + 50)}{2\pi \cdot 1} = 10^{-5}(t + 1) \text{ T}$$

El flujo magnético es:

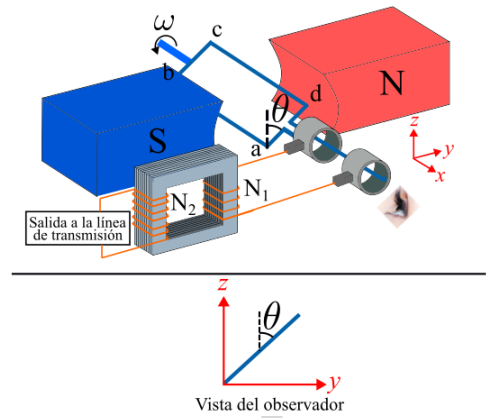
$$\Phi(t) = B(t) \cdot A \cdot \cos \theta = 10^{-5}(t + 1)(0,15)^2 \cos(0^\circ) = 2,25 \times 10^{-7}(t + 1)$$

Finalmente, la fem inducida es:

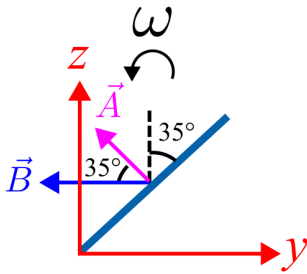
$$\mathcal{E}(t) = -N \frac{d\Phi}{dt} = -1 \cdot \frac{d}{dt} [2,25 \times 10^{-7}(t + 1)] = -2,25 \times 10^{-7} \text{ V}$$

Pregunta 4

(2,5 puntos) Una pequeña central hidroeléctrica instalada en una zona rural utiliza el flujo constante de agua desde una represa elevada para hacer girar una turbina acoplada a la bobina de un generador eléctrico. Esta bobina consiste en un conjunto de 4000 espiras rectangulares de área $0,3 \text{ m}^2$, las cuales giran uniformemente con una frecuencia de 60 Hz entre los polos de dos imanes permanentes que generan un campo magnético uniforme de magnitud $0,25 \text{ T}$. Inicialmente, el plano de la espira forma un ángulo de $\theta = 35^\circ$ con el eje z , como se muestra en la figura. El generador está conectado a un transformador con $N_1 = 500$ y $N_2 = 5000$ vueltas, el cual eleva el voltaje de salida para su transmisión eficiente a largas distancias.



a) (1,25 puntos) Determine el voltaje inducido a la salida de la bobina en función del tiempo.



El ángulo inicial es:

$$\theta_i = 35^\circ = \frac{7\pi}{36}$$

Como el ángulo está disminuyendo:

$$\theta(t) = \frac{7\pi}{36} - 120\pi t$$

El flujo está dado por:

$$\Phi(t) = BA \cos \theta(t) = 0,25 \cdot 0,3 \cos \left(\frac{7\pi}{36} - 120\pi t \right)$$

$$\Phi(t) = 0,075 \cdot \cos \left(\frac{7\pi}{36} - 120\pi t \right)$$

La f.e.m. inducida se obtiene de la ley de Faraday:

$$\mathcal{E}(t) = -N \frac{d\Phi}{dt}$$

$$\mathcal{E}(t) = -4000 \cdot \frac{d}{dt} \left[0,075 \cdot \cos \left(\frac{7\pi}{36} - 120\pi t \right) \right]$$

$$\mathcal{E}(t) = -4000 \left[0,075 \cdot (-120\pi) \cdot \left(-\sin \left(\frac{7\pi}{36} - 120\pi t \right) \right) \right]$$

$$\mathcal{E}(t) = -36000\pi \cdot \sin \left(\frac{7\pi}{36} - 120\pi t \right)$$

b) (0,5 puntos) Determine el voltaje máximo que llega a la línea de transmisión.

A partir de la fórmula de transformación:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{V_1}{V_2}$$

$$\frac{500}{5000} = \frac{36000\pi}{V_2}$$

$$V_2 = 1130973,36 \text{ V}$$

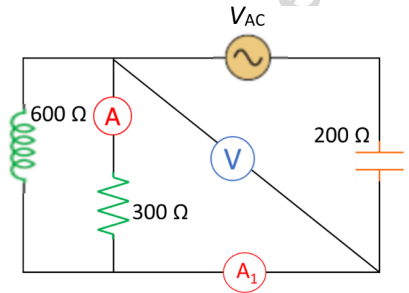
c) (0,75 puntos) Inmediatamente después de iniciado el movimiento en la figura, determine la dirección de la corriente inducida. Justifique su respuesta.

- En el sentido $a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow d$ ○ En el sentido $d \rightarrow c \rightarrow b \rightarrow a$ ○ No se puede determinar

Justo después del instante mostrado en la figura, un mayor número de líneas de campo atraviesa la espira, por lo que el flujo magnético está aumentando. Para compensar dicho cambio, según la ley de Lenz, el campo magnético inducido debe oponerse al campo del imán. Finalmente, aplicando la regla de la mano derecha, la corriente inducida circulará en el sentido $a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow d$.

Pregunta 5

(4 puntos) En el circuito se observa una fuente de alimentación AC, una resistencia y las reactancias de una bobina y un capacitor. El voltímetro V y el amperímetro A son ideales, mientras que el amperímetro A_1 es real, con una resistencia interna de 100Ω . El voltaje en la bobina está dado por $30 \cos(2000t + \frac{\pi}{6})$ V. Determine: (Nota: Debe graficar cada reducción del circuito que haga).



a) (1 punto) La lectura del amperímetro A .

El voltaje de la bobina se puede expresar como $30\angle 30^\circ$. Entonces, la corriente que pasa por la rama del amperímetro será:

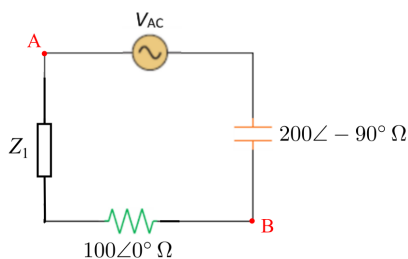
$$I = \frac{V_R}{Z_R} = \frac{30\angle 30^\circ}{300\angle 0^\circ} = 0,100\angle 30,000^\circ$$

De tal forma, la lectura del amperímetro será:

$$A = \frac{0,100}{\sqrt{2}}$$

$$A = 0,071 \text{ A}$$

b) (1 punto) La lectura del amperímetro A_1 .



La bobina tendrá una impedancia de $600\angle 90^\circ$ y está en paralelo con la resistencia de $300\angle 0^\circ$. Entonces, la impedancia equivalente será:

$$Z_1 = \left(\frac{1}{600\angle 90^\circ} + \frac{1}{300\angle 0^\circ} \right)^{-1} = 268,328\angle 26,565^\circ$$

Como ambas están en paralelo, el voltaje del equivalente es igual al de la bobina. De tal forma, la corriente que pasará por Z_1 será:

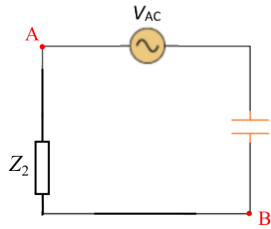
$$I = \frac{V_{Z_1}}{Z_1} = \frac{30\angle 30^\circ}{268,328\angle 26,565^\circ} = 0,112\angle 3,435^\circ$$

Finalmente, la lectura del amperímetro será:

$$A_1 = \frac{0,112}{\sqrt{2}}$$

$$A_1 = 0,079 \text{ A}$$

c) (1 punto) La lectura del voltímetro V .



El voltaje que medirá el voltímetro es el voltaje entre los puntos A y B, es decir, entre Z_1 y la resistencia. De tal forma, la impedancia equivalente entre ambos en serie es:

$$Z_2 = 268,328\angle 26,565^\circ + 100\angle 0^\circ = 360,555\angle 19,440^\circ$$

Al estar en serie, la corriente que pasa por la impedancia Z_2 será la misma que se calculó en el inciso anterior. Entonces, el voltaje será:

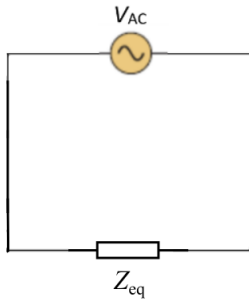
$$V_{Z_2} = I_{Z_2} \cdot Z_2 = 0,112\angle 3,435^\circ \cdot 360,555\angle 19,440^\circ = 40,311\angle 22,875^\circ$$

El voltímetro medirá el voltaje eficaz, entonces:

$$V = \frac{40,311}{\sqrt{2}}$$

$$V = 28,50 \text{ V}$$

d) (1 punto) El voltaje de la fuente en $t = 1,5 \times 10^{-3} \text{ s}$.



El voltaje de la fuente es igual al de la impedancia equivalente. Esta impedancia será:

$$Z_{eq} = 360,555\angle 19,440^\circ + 200\angle -90^\circ = 349,285\angle -13,241^\circ$$

Como los elementos están en serie, la corriente será la misma que en los incisos anteriores. Entonces:

$$V_{AC} = I \cdot Z_{eq} = 0,112\angle 3,435^\circ \cdot 349,285\angle -13,241^\circ = 39,051\angle -9,806^\circ$$

El voltaje en función del tiempo será:

$$V_{AC}(t) = 39,05 \cos(2000t - 0,171 \text{ rad})$$

$$V_{AC}(t = 1,5 \times 10^{-3}) = -37,16 \text{ V}$$