



Apellidos y Nombres:

Instrucciones: Escriba su respuesta dentro de los recuadros. Si no coloca su nombre y apellidos en el espacio indicado no se calificará su evaluación sin opción a reclamo.

1. (2P) Calcula la transformada inversa de Laplace de la siguiente función:

$$F(s) = \frac{3s - 4}{s^2 + 16}.$$

:

2. (2P) Exprese $f(t)$ en términos de la función escalón unitario.

$$f(t) = \begin{cases} 5t + 3, & 0 \leq t < 1, \\ 10, & t \geq 1, \end{cases}$$

3. (3P) Determine la transformada de Laplace de la función $f(t)$.

$$\mathcal{L}\{f(t)\} =$$

4. (3P) Calcula la transformada inversa de Laplace de la siguiente función:

$$F(s) = \frac{6s}{(s^2 + 9)^2}.$$

:

Tabla de transformada de Laplace

$f(t)$	$F(s)$
t^n	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
e^{at}	$\frac{1}{s - a}$
$\cos(\omega t)$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$
$\sin(\omega t)$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
$\cosh(\omega t)$	$\frac{s}{s^2 - \omega^2}$
$\sinh(\omega t)$	$\frac{\omega}{s^2 - \omega^2}$
$t^n f(t)$	$(-1)^n \frac{d^n F(s)}{ds^n}$
$\mathcal{U}(t - a)$	$\frac{e^{-as}}{s}$
$f(t)\mathcal{U}(t - a)$	$e^{-as} \mathcal{L}\{f(t + a)\}$
$f(t - a)\mathcal{U}(t - a)$	$e^{-as} \mathcal{L}\{f(t)\}$
$e^{at} f(t)$	$F(s - a)$

5. (10 pts) Considera el siguiente problema de valor inicial:

$$y'' + 6y' + 25y = 0, \quad y(0) = -1, \quad y'(0) = -1.$$

- a) (2 puntos) Aplique la transformada de Laplace a ambos lados de la ecuación diferencial. (Recuerda usar las condiciones iniciales para resolverlo).

- b) (3 puntos) Despeje $Y(s)$.

- c) (5 puntos) Aplique la transformada inversa y determine $y(t) = \mathcal{L}^{-1}\{Y(s)\}$. Muestre el procedimiento, ello podría requerir el uso de fracciones parciales o de teoremas como derivadas de la transformada, etc.

Transformada de Laplace de una derivada

$$\begin{aligned} L\{f^{(n)}(t)\} = & s^n F(s) - s^{n-1}f(0) \\ & - s^{n-2}f'(0) - \dots - f^{(n-1)}(0) \end{aligned}$$