

Apellidos y Nombres:

Instrucciones: Escriba su respuesta dentro de los recuadros. Si no coloca su nombre y apellidos en el espacio indicado no se calificará su evaluación sin opción a reclamo.

1. (2P) Calcula la transformada inversa de Laplace de la siguiente función:

$$F(s) = \frac{3s - 4}{s^2 + 16}.$$

:

2. (2P) Exprese $f(t)$ en términos de la función escalón unitario.

$$f(t) = \begin{cases} t^2, & 0 \leq t < 2, \\ 0, & t \geq 2, \end{cases}$$

3. (2P) Determine la transformada de Laplace de la función $f(t)$.

$$\mathcal{L}\{f(t)\} =$$

Tabla de transformada de Laplace

$f(t)$	$F(s)$
t^n	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
e^{at}	$\frac{1}{s - a}$
$\cos(\omega t)$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$
$\sin(\omega t)$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
$\cosh(\omega t)$	$\frac{s}{s^2 - \omega^2}$
$\sinh(\omega t)$	$\frac{\omega}{s^2 - \omega^2}$
$t^n f(t)$	$(-1)^n \frac{d^n F(s)}{ds^n}$
$\mathcal{U}(t - a)$	$\frac{e^{-as}}{s}$
$f(t)\mathcal{U}(t - a)$	$e^{-as} \mathcal{L}\{f(t + a)\}$
$f(t - a)\mathcal{U}(t - a)$	$e^{-as} \mathcal{L}\{f(t)\}$
$e^{at} f(t)$	$F(s - a)$

4. (4 puntos) La transformada de Laplace de la función $f(t) = te^{2t} \sin(5t)$ es

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = \frac{p(s - a)}{((s - a)^2 + b)^c}$$

Determine el valor de: $p =$, $a =$, $b =$, $c =$

5. (10 pts) Considera el siguiente problema de valor inicial:

$$y'' - 4y' + 4y = 3e^{2t}, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 2.$$

- a) (2 puntos) Aplique la transformada de Laplace a ambos lados de la ecuación diferencial. (Recuerda usar las condiciones iniciales para resolverlo).

- b) (3 puntos) Despeje $Y(s)$.

- c) (5 puntos) Aplique la transformada inversa y determine $y(t) = \mathcal{L}^{-1}\{Y(s)\}$. Muestre el procedimiento, ello podría requerir el uso de fracciones parciales o de teoremas como derivadas de la transformada, etc.

Transformada de Laplace de una derivada

$$\begin{aligned} L\{f^{(n)}(t)\} &= s^n F(s) - s^{n-1}f(0) \\ &\quad - s^{n-2}f'(0) - \dots - f^{(n-1)}(0) \end{aligned}$$