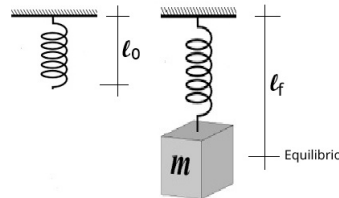


Apellidos y Nombres:

Instrucciones: Escriba su respuesta dentro de los recuadros, escriba de forma clara y precisa sus dígitos sin salirse de los espacios proporcionados.

1. (10 puntos) Un resorte cuelga del techo con una longitud inicial de 15cm, se coloca una masa de $\frac{1}{4}$ K que estira al resorte hasta su posición de equilibrio y llega a medir una longitud de 20cm. Si el medio circundante ejerce una fuerza de resistencia numéricamente igual 7 veces la velocidad instantánea.



Si en $t = 0$ se libera la masa a 1m por debajo de la posición de equilibrio con una velocidad ascendente de 2 m/s.

- a) (1 puntos) Determine la constante de rigidez del resorte: $k =$ N/m

- b) (3 puntos) Determine la ecuación diferencial del movimiento de la masa.

- c) (2 puntos) Las condiciones iniciales: $x(0) =$

, $x'(0) =$

- d) (2 puntos) Indique el tipo de amortiguamiento:

- e) (2 puntos) ¿Cuál es la constante de amortiguamiento γ para que sea un caso críticamente amortiguado? $\gamma =$

2. (10 puntos) Considere el sistema:

$$\mathbf{X}' = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{X}.$$

a) (3 puntos) Tiene como autovalores: $\lambda_1 =$

$\lambda_2 =$

b) (4 puntos) Los autovectores para λ_1 y λ_2 son respectivamente:

$$v_1 = \begin{bmatrix} \boxed{} \\ \boxed{} \end{bmatrix} \quad v_2 = \begin{bmatrix} \boxed{} \\ \boxed{} \end{bmatrix}$$

c) (3 puntos) Escriba la solución general del sistema:

Formulario: Método de Eigenvalores y Eigenvectores

La ecuación característica es $\det(A - \lambda I) = 0$ y la ecuación de eigenvectores es

$$(A - \lambda I)\mathbf{K} = 0$$

Casos posibles:

■ Caso I: Eigenvalores reales distintos

Solución general:

$$\mathbf{X}(t) = c_1 \mathbf{K}_1 e^{\lambda_1 t} + c_2 \mathbf{K}_2 e^{\lambda_2 t}$$

■ Caso II: Eigenvalores reales repetidos

- Dos autovectores:

$$\mathbf{X}(t) = c_1 \mathbf{K}_1 e^{\lambda t} + c_2 \mathbf{K}_2 e^{\lambda t}$$

- Un autovector: Se busca $\mathbf{P}$ tal que

$$(A - \lambda I)\mathbf{P} = \mathbf{K} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{X}(t) = c_1 \mathbf{K} e^{\lambda t} + c_2 (\mathbf{K}t + \mathbf{P}) e^{\lambda t}$$

■ Caso III: Eigenvalores complejos

Si $\lambda = \alpha \pm \beta i$, con autovector complejo $\mathbf{K} = \mathbf{B}_1 + i\mathbf{B}_2$:

$$\mathbf{X}(t) = e^{\alpha t} [c_1 (\mathbf{B}_1 \cos \beta t - \mathbf{B}_2 \sin \beta t) + c_2 (\mathbf{B}_2 \cos \beta t + \mathbf{B}_1 \sin \beta t)]$$