



Apellidos y Nombres:

Instrucciones: Escriba su respuesta dentro de los recuadros. Si no coloca su nombre y apellidos en el espacio indicado no se calificará su evaluación sin opción a reclamo.

1. **(10 puntos)** Se tiene dos estanques interconectados. El estanque 1 tiene un volumen inicial de 400 L y contiene una solución salina con una concentración inicial de 40 g/L de sal. El estanque 2, con un volumen inicial de 100 L, contiene agua pura (0 g/L de sal). Una bomba transfiere agua salada del estanque 1 al estanque 2 a una velocidad de 6 L/min. Al mismo tiempo, se agrega agua pura al estanque 1 a una velocidad de 3 L/min, y la mezcla en cada estanque se mantiene uniforme. Finalmente, el agua del estanque 2 se drena a una velocidad de 6 L/min para mantener el equilibrio del sistema.

Denotemos x como la cantidad de sal (en gramos) en el estanque 1 en el tiempo t (en minutos), y y como la cantidad de sal en el estanque 2 en el tiempo t .

- a) **(2 puntos)** Determine las condiciones iniciales para la cantidad de sal en cada estanque, es decir, calcule $x(0)$ y $y(0)$.

Respuesta:

$$x(0) = \boxed{} \text{ g}, \quad y(0) = \boxed{} \text{ g}$$

- b) **(3 puntos)** Determine cómo varían los volúmenes de los estanques 1 y 2 a lo largo del tiempo. Encuentre expresiones para $V_1(t)$ y $V_2(t)$, los volúmenes de los estanques en función del tiempo t (en minutos).

Respuesta:

$$V_1(t) = \boxed{} \text{ L}, \quad V_2(t) = \boxed{} \text{ L}$$

- c) **(5 puntos)** Plantee las ecuaciones diferenciales que modelan la cantidad de sal x y y en cada estanque en función del tiempo. Omita las condiciones iniciales para cada ecuación.

Respuesta:

Ecuación para x :

$$\frac{dx}{dt} = \boxed{}$$

Ecuación para y :

$$\frac{dy}{dt} = \boxed{}$$

2. **(10 puntos)** En una isla, una especie de aves inicia con una población de 50 individuos. Estudios han mostrado que la población crece a una tasa proporcional al número de aves presentes en cualquier momento. Observaciones indican que, después de 3 años, la población se ha duplicado. Realice lo siguiente:

a) **(3 puntos)** Plantee la ecuación diferencial que describe la dinámica de crecimiento poblacional de las aves e indique la condición inicial.

b) **(7 puntos)** Resuelva la ecuación diferencial para encontrar la expresión de la población como función del tiempo t (en años).