

Examen Final

Cálculo de una variable, 2024-1

Apellidos:

Nombres:

Sección:

Duración: **100 minutos**

INDICACIONES GENERALES

Lea estas indicaciones antes de realizar el Examen Final (EF):

- (1) El EF versa sobre los conceptos teóricos y prácticos aprendidos durante las sesiones de auditorio virtual y de aula.
- (2) El EF es **estrictamente individual**. Los siguientes supuestos son considerados como **actos deshonestos durante el EF y corresponderá al docente calificar con la nota AN (Anulado)** en la evaluación cuando el estudiante:
 - (a) Incurra, promueva o permita la **copia durante esta evaluación**, lo cual constituye una infracción muy grave según el Reglamento de Disciplina de los Estudiantes.
 - (b) Participe o permita la **suplantación durante el EF**, lo cual también constituye una infracción muy grave según el Reglamento de Disciplina de los Estudiantes.
- (3) Durante esta prueba, el estudiante:
 - (a) Tiene **prohibido el uso de dispositivos electrónicos de comunicación** (laptop, tabletas, celulares, relojes inteligentes, etc) bajo pena de anulación de su EF.
 - (b) Tiene **prohibido el uso de las funciones de derivación, integración y gráficos de sus calculadoras científicas** bajo pena de anulación de su EF.
 - (c) Deberá **mantener visible sobre la mesa su documento de identidad** (DNI o similares) actualizado, donde sean claros su nombre y fotografía.
 - (d) Será responsable de **firmar la lista asistencia** que el encargado de aula disponga en el aula, de lo contrario su prueba no será considerada y su nota será cero (0).
- (4) Acerca de esta Evaluación:
 - (a) Su EF consta de **4 preguntas para desarrollar**, cuyo puntaje total suma 20 puntos, y **1 pregunta bono** de 3 puntos extra.
 - (b) **Lea y firme todas las páginas de la evaluación** antes de comenzar. Escriba su **nombre completo y sección** en esta página.
 - (c) Desarrolle esta evaluación **clara y ordenadamente en los recuadros indicados**, usando lápiz o lapicero (azul y/o negro). De lo contrario, su EF no será calificado.
 - (d) Los docentes responderán consultas únicamente a los 20 minutos luego de iniciada la prueba y 20 minutos antes del final de esta.
 - (e) **No desglose las hojas de esta evaluación**. Entregue la totalidad del material al finalizar su prueba.

PARTE I

1. Resuelva las siguientes integrales indefinidas (2 puntos c/u)

1.1. $\int \frac{\sec^2(x)}{\tan(x)+1} dx$

1.2. $\int (3t + 5)e^{-0.5t} dt$

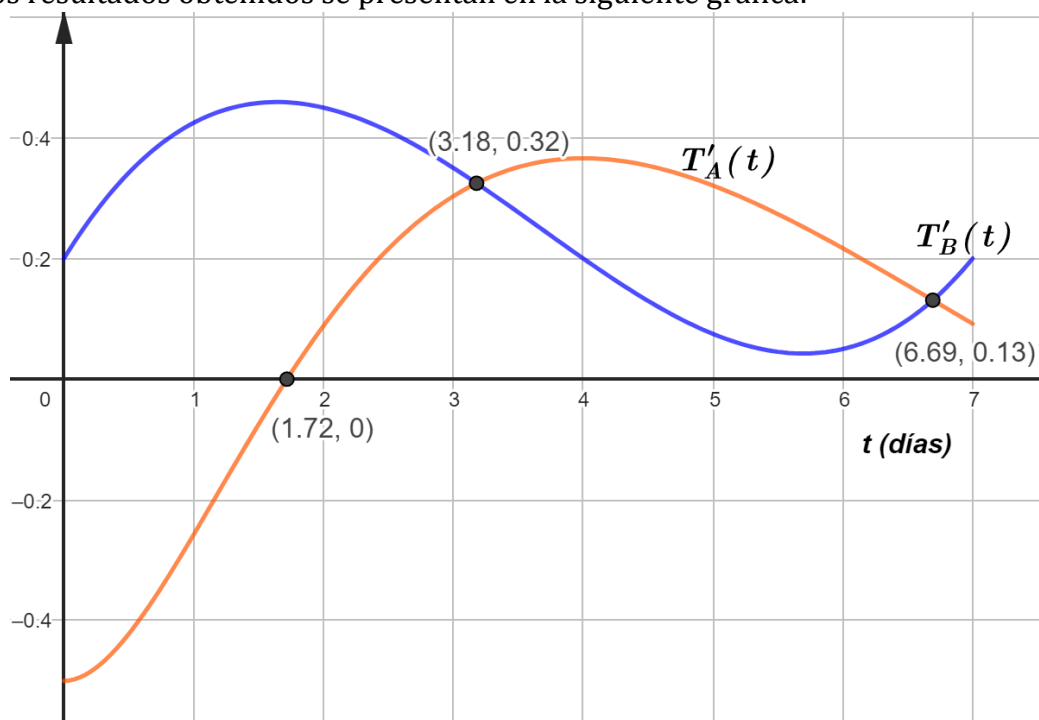
1.3. $\int \frac{2x+1}{x-3x^2} dx$

2. (2 puntos) Use el teorema fundamental para obtener el valor de b de la ecuación:

$$\int_0^b (t + 2)dt = \int_1^b 2bdt$$

PARTE II

3. Un instituto de meteorología analiza **las tasas de variación de temperatura** en dos ciudades costeras, ciudad A y ciudad B, producidas por un anticiclón en el océano Pacífico, durante 7 días. Los resultados obtenidos se presentan en la siguiente gráfica:



donde

$$T'A(t) = 0.4t^2e^{-0.5t} - 0.5$$

y

$$T'B(t) = 0.35t - 0.1375t^2 + 0.0125t^3 + 0.2$$

se miden en °C/día.

- 3.1. (1.5 puntos) Utilice la suma de Riemann inferior, con 4 intervalos, para estimar la variación de la temperatura de la ciudad A durante los 3 primeros días del registro.

- 3.2. (3 puntos) Calcule el área comprendida entre las curvas en el intervalo donde estas coinciden. ¿Qué puede interpretar sobre ese resultado?

- 3.3. (1.5 puntos) La ***tasa promedio de variación de temperatura*** de la ciudad A, durante los 7 días, fue de $0.12^{\circ}\text{C}/\text{día}$. Si al inicio se registró una temperatura de 8°C , ¿cuál fue la temperatura en el día 7?

4. Una empresa petrolera estima que un pozo tiene una reserva de 30 mil millones de barriles, y actualmente extrae el petróleo a una tasa de $Q1'(t) = 1.2e^{0.1t} + 2.5e^{-0.2t} - \cos\left(\frac{\pi}{20}t\right)$ mil millones de barriles/año. Ahora dicha empresa prueba un nuevo procedimiento de extracción que resulta en una tasa de $Q2'(t) = (0.25t + 10)^{0.5} - 0.5$.
- 4.1. (4 puntos) Suponga que la empresa decide trabajar con el procedimiento 1, y el gobierno le ofrece la concesión para la explotación del pozo por un período de 12 años. ¿La empresa debe aceptar la concesión por ese período? Considere la reserva de 30 mil millones de barriles que tiene el pozo, justifique su respuesta con los cálculos de integrales correspondientes.

- 4.2. (2 puntos) Use integrales para plantear una ecuación para calcular el tiempo durante el cual la empresa puede operar en el pozo hasta agotarse la reserva de 30 mil millones de barriles, utilizando el procedimiento 2. Resuelva la integral planteada (No es necesario resolver la ecuación resultante)

Parte III (Puntos adicionales)

En una mezcladora industrial se disuelve azúcar en agua para una preparación. La rapidez con la que se disuelve el azúcar es directamente proporcional a la cantidad de azúcar que queda sin disolver. Inicialmente se agregan 180 kg de azúcar en un tanque de agua. Luego de 30 minutos, se han disuelto 20kg.

- 5.1. (1 punto) Escriba la ecuación diferencial correspondiente.
- 5.2. (2 puntos) Resuelva la ecuación diferencial, considerando el valor inicial, y el dato dado.

ESPACIO PARA SER UTILIZADO COMO BORRADOR

ESPACIO PARA SER UTILIZADO COMO BORRADOR

2.01 The basic integrals

1. $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} \quad (n \neq -1)$
2. $\int \frac{dx}{x} = \ln x$
3. $\int e^x dx = e^x$
4. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a}$
5. $\int \sin x dx = -\cos x$
- 6.¹¹ $\int \cos x dx = \sin x$
7. $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\cot x$
- 8.¹¹ $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \tan x$
9. $\int \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx = \sec x$
10. $\int \frac{\cos x}{\sin^2 x} dx = -\operatorname{cosec} x$
11. $\int \tan x dx = -\ln \cos x$
12. $\int \cot x dx = \ln \sin x$
13. $\int \frac{dx}{\sin x} = \ln \tan \frac{x}{2}$
14. $\int \frac{dx}{\cos x} = \ln \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2} \right) = \ln (\sec x + \tan x)$
15. $\int \frac{dx}{1+x^2} = \arctan x = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arccot} x$
16. $\int \frac{dx}{1-x^2} = \operatorname{arctanh} x = \frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x}$
17. $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x = -\arccos x$
18. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+1}} = \operatorname{arcsinh} x = \ln \left(x + \sqrt{x^2+1} \right)$
19. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-1}} = \operatorname{arccosh} x = \ln \left(x + \sqrt{x^2-1} \right)$
20. $\int \sinh x dx = \cosh x$
21. $\int \cosh x dx = \sinh x$
- 22.¹¹ $\int \frac{dx}{\sinh^2 x} = -\coth x$
23. $\int \frac{dx}{\cosh^2 x} = \tanh x$
24. $\int \tanh x dx = \ln \cosh x$
25. $\int \coth x dx = \ln \sinh x$
26. $\int \frac{dx}{\sinh x} = \ln \tanh \frac{x}{2}$