

INDICACIONES GENERALES

Leer antes de realizar el Examen Parcial

La Evaluación es INDIVIDUAL

Actos de Deshonestidad:

1. En caso se detecte que el estudiante esté cometiendo un acto de deshonestidad académica, ya sea copia, plagio, u otra; o es perpetrador, cómplice o tenga conocimiento y no lo reporte, se aplicará lo establecido en el Reglamento de Disciplina de los Estudiantes de la Universidad de Ingeniería y Tecnología, calificándose la evaluación con nota **CERO, no reemplazable**.
2. El uso de calculadoras científicas es necesario para dar el examen. Sin embargo, las calculadoras **no pueden ser graficadoras o contener las funciones que calculen derivadas o integrales directamente**. Del mismo modo, se prohíbe revisar sus teléfonos celulares o tomar fotos durante el tiempo asignado para resolver el examen.
3. Es necesario obedecer a todas las indicaciones de los profesores en el aula en todo momento. Debe permanecer en silencio y siempre proteger su trabajo ante intentos de copia.

Sobre la Evaluación:

- Se le sugiere leer **toda** la evaluación antes de comenzar.
- Firme (o escriba su nombre, en caso de ser menor de edad) en **todas** las páginas de esta evaluación.
- La resolución del examen debe ser desarrollada en papel, escrita a mano y con lápiz, lapicero azul o negro. Si la escritura no es clara, legible, o no se aprecia en forma nítida en Gradescope, **NO SE REVISARÁ LA EVALUACIÓN**.
- Este examen consta de dos (2) partes y se desarrolla por escrito en cada una de estas etapas.
- **Los profesores solo responderán consultas 10 minutos después del comienzo de la evaluación y 20 minutos antes de su término.**
 - Partes:
 - PRIMERA PARTE (20 puntos) Contiene ítems de interpretación y de cálculo.
 - SEGUNDA PARTE. (2 puntos) Contiene preguntas relacionadas a las **evaluaciones virtuales**.
- Notas mayores a 20, se considerarán como 20.

Los profesores del curso

Examen Final

Apellidos y Nombres: _____ Aula: _____

PARTE I

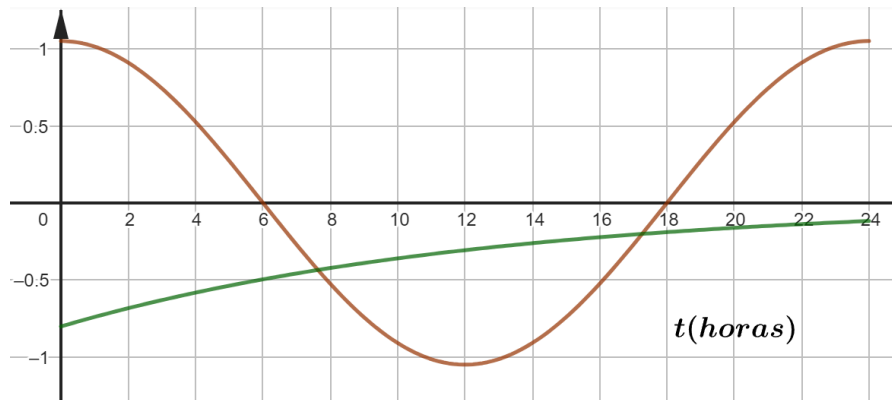
Debido a las altas temperaturas, el propietario de un invernadero donde tiene cultivos organopónicos decide contratar a un ingeniero para implementar un sistema de enfriamiento efectivo y así no perder la producción. El ingeniero construye un sistema de enfriamiento que consiste en una bomba que inyecta agua fría al suelo y extrae el agua caliente. La tasa de cambio de la temperatura del suelo, $S(t)$ es proporcional a la diferencia de la temperatura del suelo S y la temperatura del agua fría que se asume constante e igual a 20°C . Inicialmente la temperatura del suelo es de 30°C y en ese instante disminuye con una rapidez de 0.8°C/hora .

Por otra parte, la temperatura del ambiente fluctúa según la función $T(t) = 4\text{sen}\left(\frac{\pi}{12}t\right) + 28$, para $0 \leq t \leq 24$ horas, donde $t=0$ representa las 6:00 am.

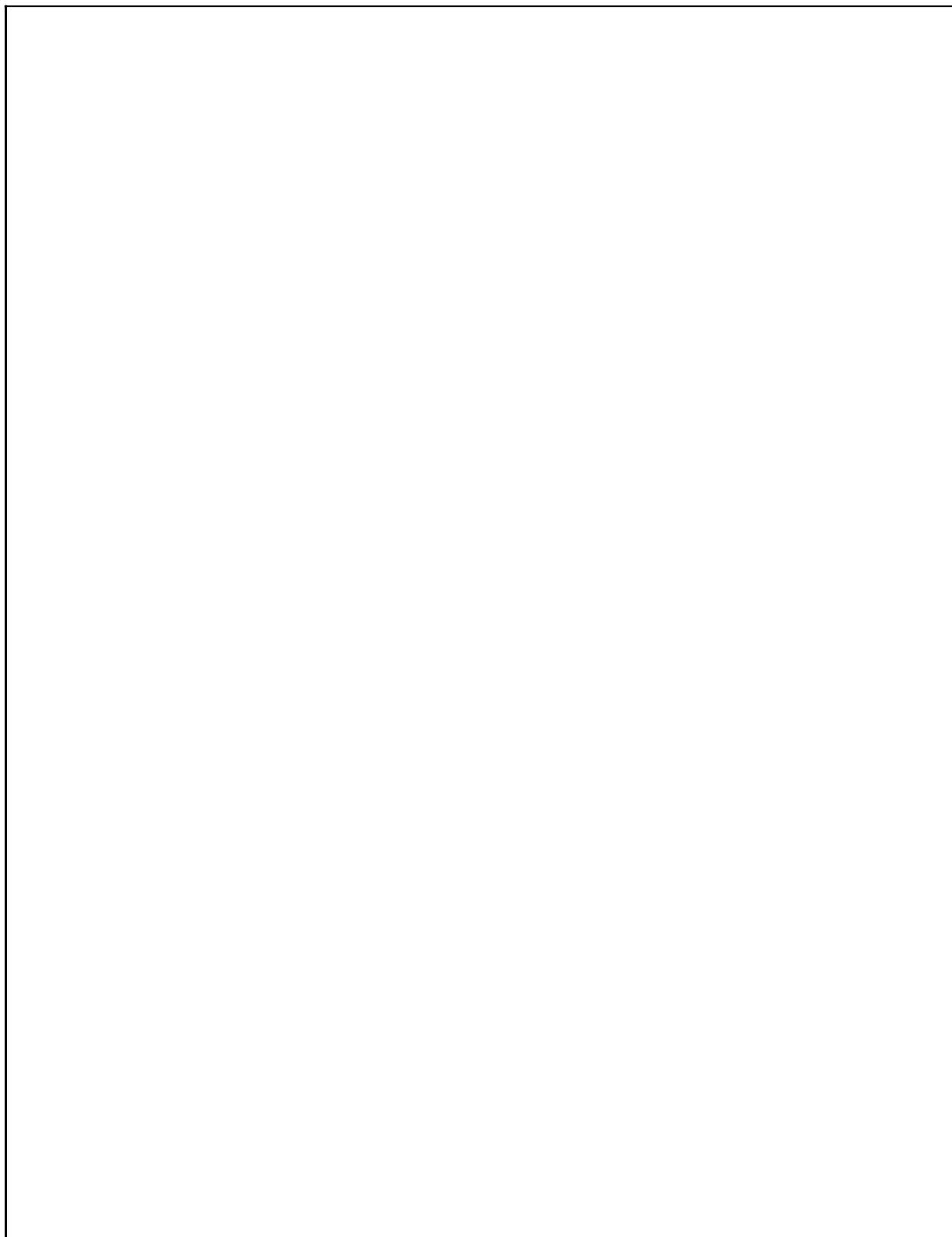
- a) (4 puntos) Escriba la ecuación diferencial para $S(t)$, con su condición inicial y calcule el valor de la constante de proporcionalidad k . Resuelva la ecuación diferencial y determine la función $S(t)$.

b) 4 puntos) En la siguiente gráfica están representadas las funciones dS/dt y dT/dt .

Calcule el área entre las curvas dS/dt y dT/dt en el intervalo desde 0 hasta el momento que la temperatura del ambiente alcanza un valor máximo. ¿Qué representa el área calculada en este contexto?



- c) (2 puntos) Si la tasa de crecimiento de las plantas es $P(S) = \frac{20S}{500+S^2} \text{ \%/}^\circ\text{C}$, donde $20 \leq S \leq 30$,
¿cuál es la temperatura del suelo ideal necesaria para que la tasa de crecimiento de las plantas
sea máxima? y ¿cuál es la tasa máxima?
- d) (3 puntos) ¿Qué porcentaje crece en total las plantas en el dominio de la función?
- e) (2 punto) Con el sistema de enfriamiento instalado, ¿en cuantas horas se alcanza la
temperatura ideal del suelo para la tasa máxima de crecimiento de las plantas?, ¿cuál es la
temperatura ambiental a esa hora?



- f) (4 puntos) El costo de mantener el sistema de enfriamiento hasta alcanzar la temperatura ideal del suelo depende de la temperatura ambiental, y el tiempo en que debe estar encendido el sistema, según la ecuación $C = 1.25t + 12.5(\bar{T} - T_m)$ en dólares, donde 1.25 \$ por hora es el costo de mantener encendido el sistema, y 12.5 \$ por °C es el costo de nivelar la diferencia entre la temperatura promedio del ambiente y la temperatura deseable de $T_m = 22^\circ\text{C}$. Se enciende el sistema de enfriamiento siempre que $\bar{T} > T_m$. ¿Es necesario mantener el sistema de enfriamiento encendido? Justifique su respuesta con los cálculos correspondientes. Calcule el costo total de mantener el sistema de enfriamiento en un día.
- g) (1 punto) ¿Se puede afirmar que la tasa de cambio del costo de mantenimiento respecto a las horas del día es constante? Argumente su respuesta con base a la información proporcionada en este problema.

Parte II:

(2 puntos) Considere lo aprendido en la Evaluación Virtual 2, sobre ecuaciones diferenciales. Obtenga la solución a la siguiente ecuación diferencial:

$$\left(\frac{d^2f}{dx^2}\right)^2 = 2\frac{df}{dx} - 1$$

Considere que $\frac{df}{dx}|_{x=0} = 1$, $f(0) = 0$.



Universidad de Ingeniería y Tecnología – UTEC
Departamento de Ciencias
Cálculo de una Variable
Ciclo 2024 – 0

Hoja de Borrador

Fórmulas de Derivación

($u = g(x)$, a constante positiva)

1. $\frac{d}{dx} u^r = r u^{r-1} \frac{du}{dx}$, r racional
2. $\frac{d}{dx} \ln |u| = \frac{1}{u} \frac{du}{dx}$
3. $\frac{d}{dx} e^u = e^u \frac{du}{dx}$
4. $\frac{d}{dx} a^u = a^u \ln a \frac{du}{dx}$
5. $\frac{d}{dx} \operatorname{sen} u = \cos u \frac{du}{dx}$
6. $\frac{d}{dx} \cos u = -\operatorname{sen} u \frac{du}{dx}$
7. $\frac{d}{dx} \tan u = \sec^2 u \frac{du}{dx}$
8. $\frac{d}{dx} \cot u = -\operatorname{csc}^2 u \frac{du}{dx}$
9. $\frac{d}{dx} \sec u = \sec u \tan u \frac{du}{dx}$
10. $\frac{d}{dx} \operatorname{csc} u = -\operatorname{csc} u \cot u \frac{du}{dx}$

FÓRMULAS BÁSICAS DE INTEGRACIÓN

$$\begin{aligned} \int a \, dx &= ax + C & \int \tan x \, dx &= \ln |\sec x| + C \\ \int x^r \, dx &= \frac{x^{r+1}}{r+1} + C \quad [r \neq -1] & \int \sec x \, dx &= \ln |\sec x + \tan x| + C \\ \int \frac{1}{x} \, dx &= \ln |x| + C & \int \cot x \, dx &= \ln |\sin x| + C \\ \int \frac{dx}{a^2 + x^2} &= \frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a} + C & \int \operatorname{csc} x \, dx &= \ln |\operatorname{csc} x - \cot x| + C \\ \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} &= \sin^{-1} \frac{x}{a} + C \quad [a > 0] & \int \sec^2 x \, dx &= \tan x + C \\ \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 - a^2}} &= \frac{1}{a} \sec^{-1} \frac{x}{a} + C \quad [a > 0] & \int \operatorname{csc}^2 x \, dx &= -\cot x + C \\ \int e^x \, dx &= e^x + C & \int \sec x \tan x \, dx &= \sec x + C \\ \int a^x \, dx &= \frac{a^x}{\ln a} + C \quad [a > 0] & \int \operatorname{csc} x \cot x \, dx &= -\operatorname{csc} x + C \\ \int x e^x \, dx &= e^x(x-1) + C & \int \sin^2 x \, dx &= \frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} + C \\ \int \ln x \, dx &= x \ln x - x + C & \int \cos^2 x \, dx &= \frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4} + C \\ \int \sin x \, dx &= -\cos x + C & \int \tan^2 x \, dx &= \tan x - x + C \\ \int \cos x \, dx &= \sin x + C \end{aligned}$$