

Evaluación de Aula 4 - antiderivada

Cálculo de una variable, 2025-1

APELLIDOS:

NOMBRES:

Sección:

Duración: **25 minutos**

Calcula detalladamente las siguientes integrales indefinidas:

1. $\int (3^{-x} + x^{-3}) dx$

$$\int 3^{-x} dx + \int x^{-3} dx$$
$$-\frac{3^{-x}}{\ln 3} + \frac{x^{-2}}{-2} + C = -\frac{3^{-x}}{\ln 3} - \frac{x^{-2}}{2} + C$$

2. $\int \frac{1}{x \ln(x)} dx$

M. Sustitución: $u = \ln x$
 $du = \frac{1}{x} dx$

$$\hookrightarrow \int \frac{1}{u} du = \ln|u| + C = \ln|\ln x| + C$$

3. $\int e^{-x} \sin(x) dx$

M. por partes : $u = \sin x \quad dv = e^{-x} dx$
 $du = \cos x dx \quad v = -e^{-x}$

$$\int e^{-x} \sin x dx = -e^{-x} \sin x - \int -e^{-x} \cos x dx = -e^{-x} \sin x + \int e^{-x} \cos x dx$$

Nuevamente M. por partes : $u = \cos x \quad dv = e^{-x} dx$
 $du = -\sin x dx \quad v = -e^{-x}$

Si representamos : $I = \int e^{-x} \sin x dx$, entonces :

$$I = -e^{-x} \sin x + \left[-e^{-x} \cos x - \int -e^{-x} \cdot (-\sin x) dx \right] = -e^{-x} \sin x - e^{-x} \cos x - I$$

$$2I = -e^{-x} (\sin x + \cos x) \longrightarrow \boxed{I = -\frac{e^{-x}}{2} (\sin x + \cos x) + C}$$

4. $\int \frac{3x+2}{x^2-x} dx$

$$\int \frac{3x+2}{x^2-x} dx = \int \frac{3x+2}{x(x-1)} dx$$

Representando en fracciones parciales :

$$\frac{3x+2}{x(x-1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} = \frac{(x-1)A + xB}{x(x-1)}$$

$$\hookrightarrow 3x+2 = (x-1)A + xB$$

Dándole valores a x : $x=1 \rightarrow B=5$

$$x=0 \rightarrow 2=-A \rightarrow A=-2$$

$$\int \frac{3x+2}{x^2-x} dx = -2 \int \frac{1}{x} dx + 5 \int \frac{1}{x-1} dx = \boxed{-2 \ln|x| + 5 \ln|x-1| + C}$$