

Evaluación de Aula 3 (EA3)

Cálculo de una variable, 2025-1

Apellidos:

Nombres:

Sección:

Duración: **25 minutos**

Preguntas:

1. En una planta de procesamiento de alimentos, ciertos productos deben conservarse a temperaturas controladas durante un periodo específico para garantizar su calidad y seguridad. Para ello, se utilizan cámaras frigoríficas cuya temperatura varía con el tiempo siguiendo un patrón previamente determinado. La temperatura (en °C) a la que se someten algunos de los alimentos para su conservación, en las primeras 24 horas, viene dada por la siguiente expresión

$$T(t) = \frac{3t-1}{5} e^{-t/3}$$

donde t es el tiempo en horas.

- a. (7 puntos) Determine en qué momento (en horas) se alcanza la temperatura máxima.

Solution: Derivando la función

$$T'(t) = \frac{1}{5} \left[3e^{-t/3} - \frac{1}{3}(3t-1)e^{-t/3} \right] = \frac{1}{5} \left[3 - t + \frac{1}{3} \right] e^{-t/3} = \frac{1}{5} \left[-t + \frac{10}{3} \right] e^{-t/3}$$

igualando a cero:

$$-t + \frac{10}{3} = 0 \rightarrow t = \frac{10}{3} \text{ horas} \approx 3.33 \text{ horas}$$

verificando con el criterio de la primera derivada.

$$t = 3 \rightarrow T'(3) > 0 \quad \left. \begin{array}{l} \text{por lo tanto} \\ \text{se alcanza la temperatura máxima en } t = 3.33 \text{ horas} \end{array} \right\}$$

$$t = 3.5 \rightarrow T'(3.5) < 0$$

- b. (2 puntos) Determine la temperatura máxima.

Solution:

$$T\left(\frac{10}{3}\right) = \frac{3\left(\frac{10}{3}\right) - 1}{5} \cdot e^{-10/9} = \frac{10 - 1}{5} \cdot e^{-10/9} \approx 0.59 \text{ } ^\circ\text{C}$$

- c. (3 puntos) Determine a qué hora la tasa de cambio de la temperatura comienza a aumentar.

Solution: Se pide el mínimo de la función $T'(t)$

entonces:

$$T''(t) = \frac{1}{5} \left(-e^{-t/3} - \frac{1}{3}(-t + \frac{10}{3})e^{-t/3} \right) = \frac{1}{5} \left(-1 + \frac{t}{3} - \frac{10}{9} \right) e^{-t/3} = \frac{1}{5} \left(\frac{t}{3} - \frac{19}{9} \right) e^{-t/3}$$

igualando a cero

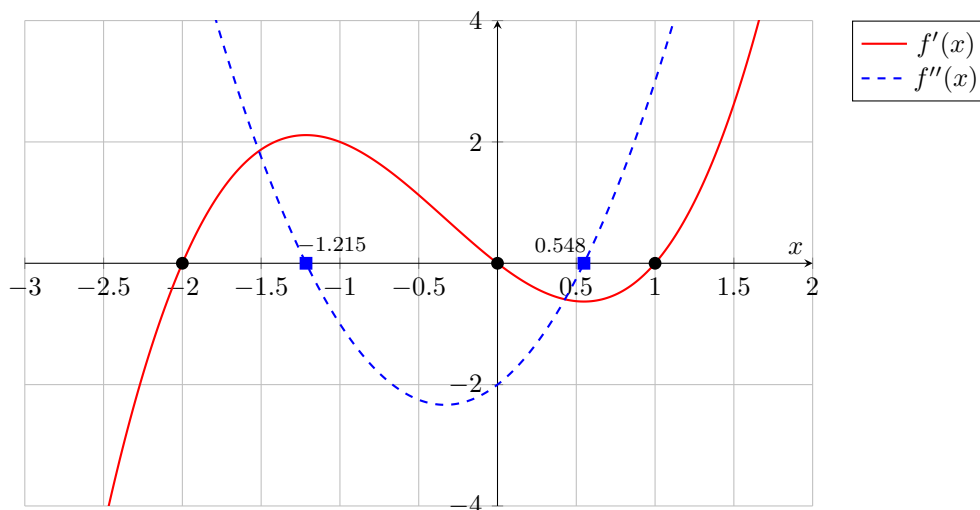
$$\frac{t}{3} - \frac{19}{9} = 0 \rightarrow t = \frac{19}{3} \text{ hora} \approx 6.33 \text{ horas}$$

Verificando que $T''(t)$ cambie su signo de negativo a positivo

$$t = 6 \rightarrow T''(6) < 0 \quad \left. \begin{array}{l} \text{por lo tanto} \\ \text{aumentar a partir de este valor} \end{array} \right\}$$

$$t = 6.4 \rightarrow T''(6.4) > 0 \quad \left. \begin{array}{l} \text{por lo tanto} \\ \text{aumentar a partir de este valor} \end{array} \right\} t = 6.33 \text{ horas es un mínimo de } T'(t) \text{ y empieza a}$$

2. En la siguiente gráfica están representadas las derivadas $f'(x)$ (línea roja) y $f''(x)$ (línea azul) de una función $f(x)$, cuyo dominio es $\mathbb{R}$.



- (a) (4 puntos) ¿Para qué valor o valores de x la función f tiene punto(s) mínimo(s)? Justifique su respuesta.
 (b) (4 puntos) ¿En qué intervalo la función es cóncava hacia arriba? Justifique.

Solution:

a) puntos críticos: $x = -2, x = 0, x = 1$

$f(x)$ tiene mínimos en $x = -2$ y $x = 1$, ya que $f'(x)$ cambia su signo de negativo a positivo al pasar por estos puntos.

b) $< -\infty, -1.215] \cup [0.548, +\infty)$ ya que $f''(x)$ es positiva en este intervalo.