

Cálculo de una variable

EVALUACIÓN EN AULA 3 (EA3)

Apellidos: _____ Nombres: _____
Sección: _____ Duración: 25 minutos

- 1) La función $C(t) = \frac{100t}{25+t^2}$ representa la concentración de oxígeno, en mg/l, en un pequeño ecosistema artificial:
- a) (7 puntos) ¿A partir de qué hora la concentración comienza a disminuir? Verifique ese punto usando algún criterio con derivadas.

Derivando la función

$$C'(t) = \frac{100(25+t^2) - 100t(2t)}{(25+t^2)^2} = \frac{2500 + 100t^2 - 200t^2}{(25+t^2)^2} = \frac{-100t^2 + 2500}{(25+t^2)^2}$$

Iguando a cero

$$-100t^2 + 2500 = 0 \rightarrow t = 5 \text{ horas}$$

Usando el criterio de la primera derivada

- $t = 4.9 \rightarrow C'(4.9) > 0$
• $t = 5.1 \rightarrow C'(5.1) < 0$
- entonces, $t = 5$ horas es un máximo.
Como representa un máximo, la concentración empieza a disminuir a partir de $t = 5$ horas

- b) (2 puntos) Si la concentración máxima no supera los 8 mg/l, el oxígeno será insuficiente para el ecosistema. En este caso ¿se obtiene suficiente oxígeno? Explique.

Evaluamos $C(t)$ en $t = 5$ (máximo)

$$C(5) = \frac{100(5)}{25+25} = 10 \text{ mg/l}$$

Por lo tanto, si se obtiene suficiente oxígeno

- c) (3 puntos) Explique matemáticamente los pasos a seguir para obtener el tiempo en que la tasa de concentración de oxígeno disminuye más rápido (No desarrolle los cálculos, solo mostrar los pasos)

Se pide obtener el tiempo en donde $C'(t)$ tiene un mínimo.

1. Se determina la segunda derivada, $C''(t)$
2. Se determinan las raíces de $C''(t)$ a partir de $C''(t) = 0$.
3. Se determina si $C''(t)$ cambia su signo de negativo a positivo al pasar por las raíces de $C''(t)$.

2) En la siguiente gráfica están representadas las derivadas f' y f'' de la función $f(x)$, cuyo dominio es $\mathbb{R}$.

- a) (4 puntos) ¿Para qué valor de x la función f tiene punto(s) máximo(s) y mínimo(s)? Justifique

• máximos:

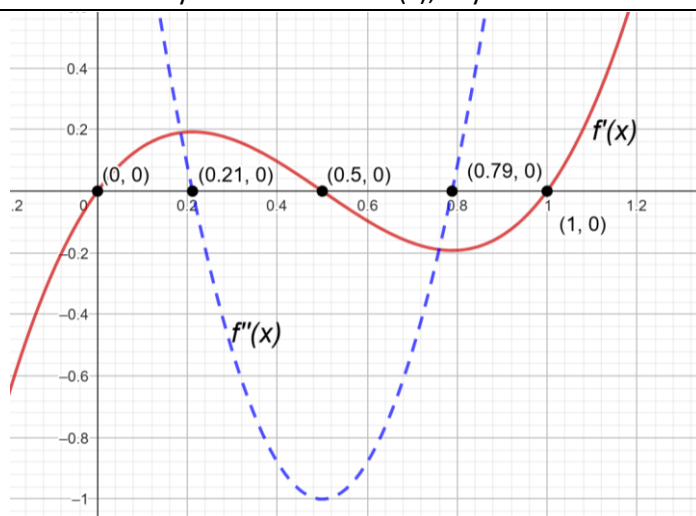
$x = 0.5$, ya que $f'(x)$ cambia su signo de $+$ a $-$

• mínimos: $x = 0$ y $x = 1$
ya que $f'(x)$ cambia su signo de $-$ a $+$.

- b) (4 puntos) ¿En qué intervalo la función f es creciente? Justifique.

$\langle 0, 0.5 \rangle \cup \langle 1, +\infty \rangle$

ya que $f'(x)$ es positiva en este intervalo //



BORRADOR