

Cálculo de una variable

EVALUACIÓN EN AULA 3 (EA3)

Apellidos: _____ Nombres: _____
Sección: _____ Duración: 25 minutos

- 1) La función $T(t) = 24(1 - t)e^{-0.5t}$ representa la temperatura a la que se congela cierto alimento, en t horas, durante un proceso de producción. Determina:
- a) (5 puntos) ¿En qué momento se alcanza la temperatura mínima? Verifique que es un punto mínimo.

Derivando la función $T(t)$

$$T'(t) = 24[-e^{-0.5t} - 0.5(1-t)e^{-0.5t}] = -24[1 + 0.5(1-t)]e^{-0.5t}$$

$$T'(t) = -24[-0.5t + 1.5]e^{-0.5t} //$$

igualando a cero (solo el término entre corchetes puede ser cero)

$$-0.5t + 1.5 = 0 \rightarrow t = 3 \text{ horas} //$$

Verificando con el criterio de la primera derivada

$$\left. \begin{array}{l} \cdot t = 2.9 \rightarrow T'(2.9) < 0 \\ \cdot t = 3.1 \rightarrow T'(3.1) > 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{por lo tanto, en } t = 3 \text{ horas} \\ \text{se alcanza la temperatura mínima} \end{array} //$$

- b) (5 puntos) ¿Con qué rapidez cambia la tasa de variación de temperatura a las 5 horas?

Derivando $T'(t)$ por segunda vez

$$T''(t) = -24[-0.5e^{-0.5t} - 0.5(-0.5t + 1.5)e^{-0.5t}]$$

$$T''(t) = 12[1 - 0.5t + 1.5]e^{-0.5t} = 12[-0.5t + 2.5]e^{-0.5t} //$$

en $t = 5$ horas

$$T''(5) = 12[-0.5(5) + 2.5]e^{-0.5(5)} = 0 \frac{\text{grados}}{\text{h}^2} //$$

- 2) (4 puntos) Para $f(x) = \sqrt{x}$ en $[0,4]$, encuentre $c \in [0,4]$ tal que $f'(c)$ sea igual a la pendiente promedio de f en ese intervalo

Se debe cumplir que

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}, \quad f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$\rightarrow \frac{1}{2\sqrt{c}} = \frac{\sqrt{4} - \sqrt{0}}{4 - 0} \rightarrow \frac{1}{2\sqrt{c}} = \frac{2}{4} \rightarrow \cancel{2}\sqrt{c} = \cancel{2} \\ c = 1 //$$

- 3) En la siguiente gráfica están representadas las derivadas f' y f'' de la función $f(x)$, cuyo dominio es $\mathbb{R}$.
- a) (3 puntos) ¿Para qué valor de x la función f tiene punto(s) mínimo(s)? Justifique
- b) (3 puntos) ¿En qué intervalo la función es cóncava hacia arriba? Justifique.

Puntos críticos ($f'(x) = 0$)

$$x = 0, x = 0.5, x = 1$$

a) mínimos: $x = 0, x = 1$

Ya que $f'(x)$ cambia su signo de negativo a positivo al pasar por estos puntos.

b) $(-\infty, 0.21] \cup [0.79, +\infty)$

Ya que $f''(x) > 0$ en este intervalo //

