

Cálculo de una variable

EVALUACIÓN EN AULA 3 (EA3)

Apellidos: _____ Nombres: _____
Sección: _____ Duración: 25 minutos

- 1) La función $T(t) = -3e^{-0.1t}(5 - t)$ representa la posición de un móvil (en km) en función del tiempo (en horas). Determina:
- a) (5 puntos) ¿En qué momento alcanza la posición máxima? Verifique que es un punto máximo.

Derivando $T(t)$

$$T'(t) = -3[-0.1e^{-0.1t}(5-t) + e^{-0.1t}(-1)] = -3[-0.5 + 0.1t - 1]e^{-0.1t}$$

$$T'(t) = -3[0.1t - 1.5]e^{-0.1t}, \text{ igualando a cero}$$

$$0.1t - 1.5 = 0 \Rightarrow t = 15 \text{ horas} //$$

Verificamos con el criterio de la primera derivada

$$\begin{aligned} & \cdot t = 14.9 \rightarrow T'(14.9) > 0 \\ & \cdot t = 15.1 \rightarrow T'(15.1) < 0 \end{aligned} \left\{ \begin{array}{l} \text{Por lo tanto, en } t = 15 \text{ horas} \\ \text{se alcanza la posición} \\ \text{máxima} // \end{array} \right.$$

- b) (5 puntos) ¿Con qué rapidez cambia la tasa de variación de la posición a las 25 horas?

Determinamos la derivada de $T'(t)$

$$T''(t) = 3[0.1e^{-0.1t} - 0.1(0.1t - 1.5)e^{-0.1t}]$$

$$T''(t) = 3[0.1 - 0.01t + 0.15]e^{-0.1t} = 3[-0.01t + 0.25]e^{-0.1t} //$$

evaluando en $t = 25$ horas

$$T''(25) = 3[-0.01(25) + 0.25]e^{-0.1(25)} = 0 \frac{\text{km}}{\text{h}^2} //$$

- 2) (4 puntos) Para $f(x) = 2x^3 + 5$ para $x \geq 0$, encuentre "c" tal que la recta tangente en $x=c$ es paralela a la recta $24x+1$

Derivamos $f(x)$: $f'(x) = 6x^2$, y la pendiente de la recta tangente a $f(x)$ en $x=c$ es: $m = 6c^2$

Para que esta recta sea paralela a $y=24x+1$

$$\rightarrow 6c^2 = 24$$

$$c^2 = 4$$

$$c = 2 //$$

- 3) En la siguiente gráfica están representadas las derivadas f' y f'' de la función $f(x)$, cuyo dominio es $\mathbb{R}$.
- a) (3 puntos) ¿Para qué valor de x la función f es creciente y decreciente? Justifique
- b) (3 puntos) ¿En qué punto o puntos de la función hay puntos de inflexión? Justifique.

a) creciente

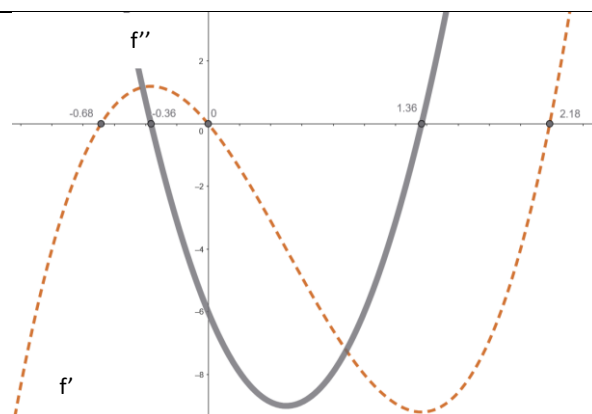
$$(-0.68, 0) \cup (2.18, +\infty)$$

$$\text{ya que } f' > 0 //$$

decreciente

$$(-\infty, -0.68) \cup (0, 2.18)$$

$$\text{ya que } f' < 0 //$$



b) • $x = -0.36$, ya que $f'' = 0$ y al pasar por este punto f'' cambia su signo de $+$ a $-$ (cóncava hacia arriba a cóncava hacia abajo) //

• $x = 1.36$, ya que $f'' = 0$, y al pasar por este punto f'' cambia su signo de $-$ a $+$ (cóncava hacia abajo a cóncava hacia arriba) //