

Cálculo de una variable

EVALUACIÓN EN AULA 3 (EA3)

Apellidos: _____ Nombres: _____
 Sección: _____ Duración: 25 minutos

- 1) La función $E(v) = 4v + \frac{18}{v^2} + \ln v$ representa la energía, en calorías, que gasta un ave, en su desplazamiento, donde v representa la velocidad, en m/s, con la que se desplazan las aves, para $v \geq 1$.
- a) (7 puntos) ¿Cuál es la velocidad ideal para tener el mínimo gasto de energía? Verifique ese punto usando algún criterio con derivadas.

• Calculando puntos críticos:

$$\frac{dE}{dv} = 4 - \frac{18}{v^2} + \frac{1}{v} \quad \text{luego} \quad \frac{dE}{dv} \Big|_{v=v_i} = 0$$

$$4 - \frac{18}{v_i^2} + \frac{1}{v_i} = 0$$

$$4v_i^2 + v_i - 18 = 0$$

$$v_i = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-18)}}{2 \cdot 4}$$

$$v_i = \frac{-1 \pm \sqrt{289}}{8} = \frac{-1 \pm 17}{8}$$

$$v_i = -\frac{9}{4} \text{ ó } v_i = 2$$

luego, verificamos si $v_i = 2$ es la velocidad con menor gasto de energía.

$$\frac{d^2E}{dv^2} = + \frac{2 \cdot 18}{v^3} - \frac{1}{v^2} = \frac{36}{v^3} - \frac{1}{v^2}$$

$$\frac{d^2E}{dv^2} \Big|_{v_i=2} = \frac{36}{8} - \frac{1}{4} > 0$$

La velocidad ideal para tener el mínimo gasto de energía es de 2 m/s .

- b) (2 puntos) ¿Cuál es el mínimo gasto de energía?

$$E(2) = 4 \cdot 2 + \frac{18}{2^2} + \ln 2 = 6 + 9 + \ln 2 = 15 + \ln 2 \text{ calorías}$$

- c) (4 puntos) Obtenga una fórmula simplificada para calcular la rapidez con que cambia la tasa de variación de energía, para cualquier $v \geq 1$

Podemos: $\frac{d}{dv} \left[\frac{dE}{dv} \right] = \frac{d}{dv} \left[4 - \frac{18}{v^2} + \frac{1}{v} \right]$

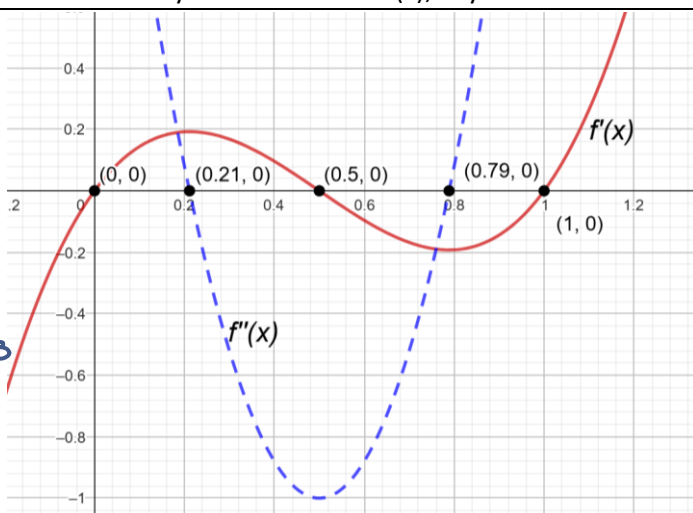
$$\frac{d^2E}{dv^2} = + \frac{18 \cdot 2}{v^3} - \frac{1}{v^2} = \frac{36}{v^3} - \frac{1}{v^2}$$

2) En la siguiente gráfica están representadas las derivadas f' y f'' de la función $f(x)$, cuyo dominio es $\mathbb{R}$.

- a) (3 puntos) ¿Para qué valor de x la función f tiene punto(s) de máximo(s)? ¿y puntos de inflexión? Justifique.

• $f(x)$ presenta máximos en $x=0,5$; ya que en ese valor $f'(x)$ cambia de positivo a negativo.

• $f(x)$ presenta puntos de inflexión en $x=\{0,21; 0,79\}$; ya que en esos valores $f''(x)=0$.



- b) (4 puntos) ¿En qué intervalo la función f es decreciente? Justifique.

$f(x)$ es decreciente en $-\infty; 0 > \cup (0,5; 1)$; ya que en ese intervalo $f'(x) < 0$.

BORRADOR