

Evaluación en Aula 3 (EA3)

Cálculo de una variable, 2025-1

Apellidos:

Nombres:

Sección:

Duración: **25 minutos**

1. La concentración de un medicamento en el torrente sanguíneo, en mg/l, se mide con

$$C(t) = 0.4t^2 e^{-0.2t}$$

para t horas.

- 1.1 (7.0 puntos) ¿En qué momento se alcanza la concentración máxima y cuál es dicha concentración?

Derivando $C(t)$

$$C'(t) = 0.4[2t e^{-0.2t} - 0.2t^2 e^{-0.2t}]$$

$$C'(t) = 0.4[2t - 0.2t^2] e^{-0.2t}$$

igualando a cero (Solo el término en corchetes puede ser cero)

$$2t - 0.2t^2 = 0$$

$$t(2 - 0.2t) = 0$$

$$\rightarrow t = 0, t = 10$$

Descartamos $t = 0$, y por criterio de la primera derivada

$$\left. \begin{array}{l} \cdot t = 9.9 \rightarrow C'(9.9) > 0 \\ \cdot t = 10.1 \rightarrow C'(10.1) < 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} t = 10 \text{ horas} \\ \text{maximiza } C(t) \end{array} //$$

evaluando $C(t)$ en $t = 10$

$$C(10) = 0.4(100) e^{-2} = 5.41 \frac{\text{mg}}{\text{l}} //$$

- 1.2 (3.0 puntos) ¿Con qué rapidez cambia la concentración a las 14 horas? ¿Está aumentando o disminuyendo?

evaluamos la derivada en $t = 14$ horas

$$C'(14) = 0.4[2(14) - 0.2(14)^2] e^{-0.2(14)} = -0.23 \text{ mg/l/hora}$$

El signo menos indica que la concentración disminuye en $t = 14$ horas //

- 1.3 (2.0 puntos) Determine la expresión que describa el crecimiento o decremento de la tasa de concentración del medicamento.

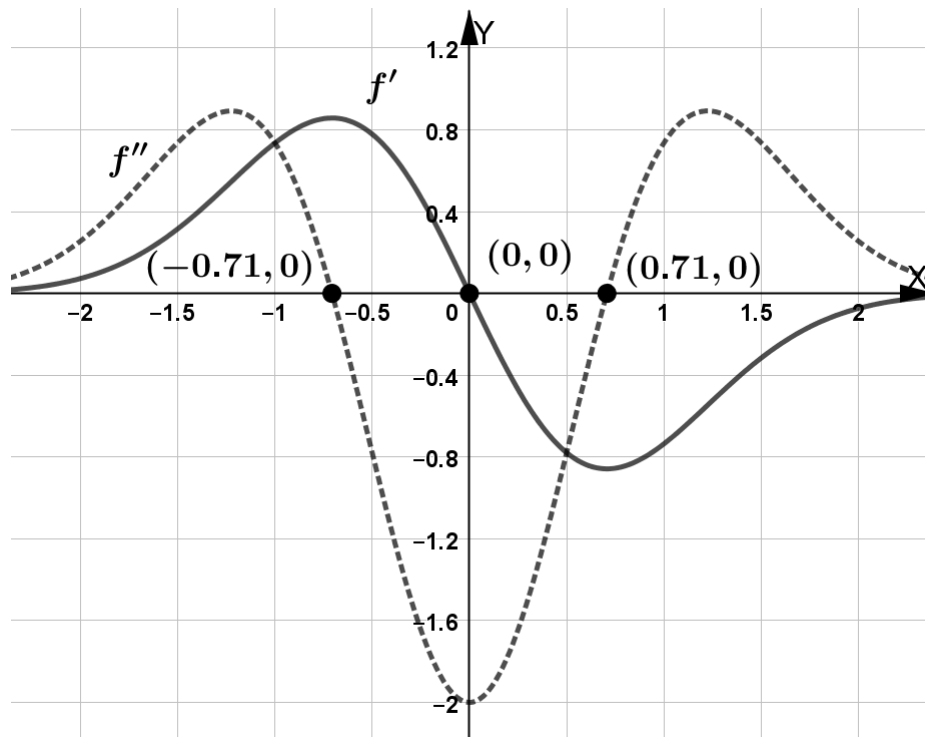
Determinamos la derivada de $C'(t)$

$$C''(t) = 0.4[(2 - 0.4t) e^{-0.2t} - 0.2(2t - 0.2t^2) e^{-0.2t}]$$

$$C''(t) = 0.4[2 - 0.4t - 0.4t + 0.04t^2] e^{-0.2t}$$

$$C''(t) = 0.4[0.04t^2 - 0.8t + 2] e^{-0.2t} //$$

2. En la siguiente gráfica se muestra la primera y segunda derivada de $f(x)$, cuyo dominio es $\mathbb{R}$.



- 2.1 (4.0 puntos) La función $f(x)$ tiene máximo o mínimo e indique en qué valor de x se da. Justifique su respuesta.

$x=0$ es punto crítico de $f(x)$
 luego, $f'(x)$ cambia su signo de positivo a negativo al
 pasar por $x=0$, por lo tanto $x=0$ maximiza $f(x)$.

- 2.2 (4.0 puntos) Indique los intervalos de concavidad de la función. $f(x)$. Justifique su respuesta.

. Cóncava hacia arriba: $(-\infty, -0.71] \cup [0.71, +\infty)$, ya que $f''(x) > 0$
 . Cóncava hacia abajo: $(-0.71, 0.71)$, ya que $f''(x) < 0$