



Universidad de Ingeniería y Tecnología - UTEC
Departamento de Ciencias
Cálculo de una Variable
Ciclo 2025 - 1

HOJA DE IDENTIFICACIÓN

Escriban los datos indicados de cada integrante en el siguiente recuadro:

Nombres y Apellidos	No. DNI	Firma

Colocar el el siguiente cuadro el DNI (escaneado o en foto) de cada integrante:

--

Evaluación Virtual 2 - Modelo 1

Parte I: Desayuno

El desayuno es la primera comida del día y cumple un papel clave en activar el cuerpo y la mente. Aporta la energía necesaria para comenzar las actividades con mayor concentración y rendimiento.

1. **Límites** - Teorema del sánduche: A veces es difícil encontrar el límite de una función $g(x)$, pero podemos encontrarlo indirectamente «ensanguchando» la función $f(x)$, a la que queremos calcularle el límite, entre dos funciones, $g(x)$ y $h(x)$, mediante la desigualdad:

$$g(x) \leq f(x) \leq h(x)$$

Si las funciones $g(x)$ y $h(x)$ tienden al mismo valor cuando $x \rightarrow c$, luego, la función $f(x)$ tiene el mismo límite:

$$\lim_{x \rightarrow c} g(x) \leq \lim_{x \rightarrow c} f(x) \leq \lim_{x \rightarrow c} h(x)$$

es decir,

$$L \leq \lim_{x \rightarrow c} f(x) \leq L \Rightarrow \lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$$

Veamos un ejemplito. Calculemos

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right)$$

A primera vista tendremos $0 \cdot \sin\left(\frac{1}{0}\right)$, que es claramente indeterminado. Por otro lado, sabemos que el rango de la función seno es $[-1, 1]$, o sea, podemos escribir:

$$-1 \leq \sin\left(\frac{1}{x}\right) \leq 1$$

Si multiplicamos la desigualdad por x^2 , obtenemos:

$$-x^2 \leq x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) \leq x^2$$

Ya que $\lim_{x \rightarrow 0} (-x^2) = \lim_{x \rightarrow 0} x^2 = 0$, por el teorema del sánduche:

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) = 0$$

Ahora es tu turno:

- 1.1. [1.5 puntos] A partir de la Figura 1, deduce la relación:

$$\cos(x) < \frac{\sin(x)}{x} < 1$$

y mediante el teorema del sánduche, calcula:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x}$$

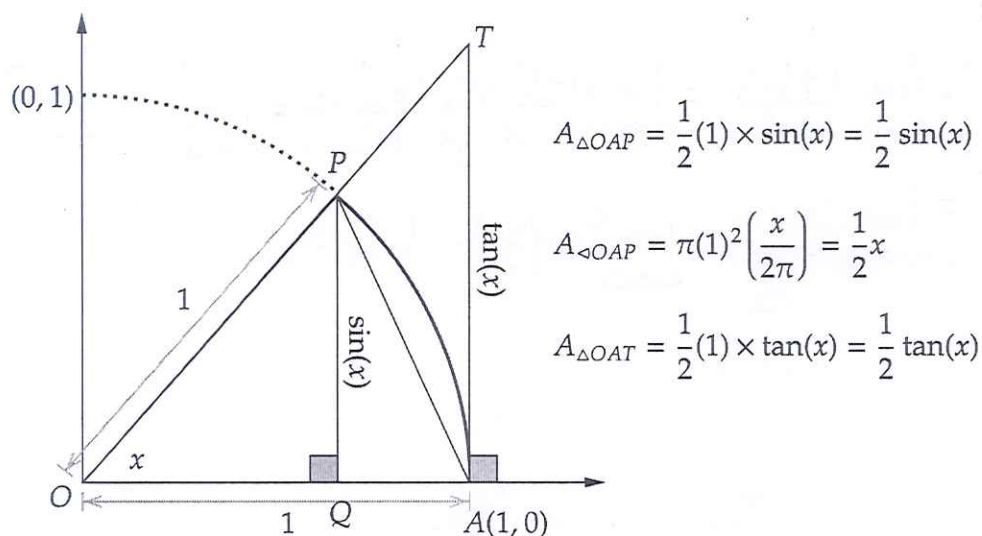


Figura 1: Áreas de los triángulos y sector circular que permiten aplicar el teorema del sánduche.

Trabajen en equipo.

Del gráfico:
 $A_{\triangle OAP} \leq A_{\text{sector } OAP} \leq A_{\triangle OAT}$
 $\frac{1}{2} \sin x \leq \frac{1}{2} x \leq \frac{1}{2} \tan x$
 $\sin x \leq x \leq \tan x$

Invertiendo la desigualdad:
 $\frac{1}{\sin x} \geq \frac{1}{x} \geq \frac{\cos x}{\sin x}$
multiplicando todo $\times \sin x$:
 $1 \geq \frac{\sin x}{x} \geq \cos x$
 $\Leftrightarrow \cos x \leq \frac{\sin x}{x} \leq 1$

Cuando $x \rightarrow 0 \Rightarrow \cos x \rightarrow 1$
Aplicando límites:
 $\lim_{x \rightarrow 0} \cos x \leq \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \leq \lim_{x \rightarrow 0} 1$
 $1 \leq \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \leq 1$
 $\therefore \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

1.2. [1.5 puntos] Usa

$$\cos(x) = 1 - 2 \left[\sin\left(\frac{x}{2}\right) \right]^2$$

y el resultado del ítem anterior para calcular

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{x}$$

$$\begin{aligned} \bullet \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - [1 - 2 \left\{ \sin\left(\frac{x}{2}\right)\right\}^2]}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\left[\sin\left(\frac{x}{2}\right)\right]^2}{\frac{x}{2}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{x}{2}}{\frac{x}{2}} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \sin\left(\frac{x}{2}\right) = 1 \cdot 0 = 0 \end{aligned}$$

2. **Límites e infinito:** El símbolo para infinito ∞ no representa un número real como tal. Usamos ∞ para describir el comportamiento de una función cuando los valores en su dominio o rango van más allá de lo que podamos representar en conjuntos. Por ejemplo, cuando decimos

el límite de $f(x)$ cuando x tiende $\pm\infty$ es el valor finito L

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = L$$

queremos decir el límite de $f(x)$, cuando x se va muy lejos a la derecha (+)/izquierda (-) en el eje x , es L .

Otra posibilidad que involucra $\pm\infty$ es cuando decimos

cuando x tiende al valor finito c , la función $f(x)$ tiende a $\pm\infty$

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = \pm\infty$$

Por ejemplo, revisemos la función logística:

$$f(x) = \frac{A}{1 + Be^{-kx}}, \quad k > 0 \quad (1)$$

llamamos a A el «techo» de la función por ser el valor al que *tiende* la función cuando x crece *indeterminadamente* hacia valores positivos. Veamos qué pasa para que

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = A$$

- Podemos escribir

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{A}{1 + Be^{-kx}} = \frac{\lim_{x \rightarrow +\infty} A}{\lim_{x \rightarrow +\infty} (1 + Be^{-kx})} = \frac{A}{1 + B \cdot \lim_{x \rightarrow +\infty} (e^{-kx})}$$

- En particular:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-kx} = \left(\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x \right)^{-k} = \frac{1}{\left(\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x \right)^k} = \frac{1}{\infty^k} = 0$$

- Por lo que

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{A}{1 + Be^{-kx}} = A$$

Con esto ya revisado. Considera la función logística general dada en (1) y calcula con el mismo detalle que el ejemplo dado lo siguiente:

2.1. [1.5 puntos] $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(-x)]$.

Como $f(x) = \frac{A}{1 + Be^{-kx}}$ y $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{A}{1 + Be^{-kx}} = A$ haciendo un cambio de variable $x' = -x \Rightarrow \begin{cases} x \rightarrow +\infty \\ x' \rightarrow -\infty \end{cases}$ $f(x) = f(-x')$ $\lim_{x' \rightarrow -\infty} f(-x') = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = A$	Otra forma: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(-x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{A}{1 + Be^{-k(-x)}}$ $= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{A}{1 + Be^{+kx}} = \frac{A}{1 + B \lim_{x \rightarrow -\infty} [e^x]^k}$ $= \frac{A}{1 + B \cdot 0^k} = A$
---	---

2.2. [1.5 puntos] $\lim_{x \rightarrow -\infty} [-f(-x)]$.

Como

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(-x)] = A$$

Entonces:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [-f(-x)] = -\lim_{x \rightarrow -\infty} f(-x)$$

$$= -A$$

3. Continuidad y derivada

- 3.1. [2.0 puntos] Teorema de valor intermedio (TVI): Supón que la función $f(x)$ es continua en un intervalo cerrado $[a, b]$ y que y_c es un valor entre $f(a)$ y $f(b)$. Entonces, hay un valor $x = c$ en $[a, b]$, tal que $f(c) = y_c$. Esto significa que la función $f(x)$ nunca toma dos valores, $f(a)$ y $f(b)$, sin tomar todos los valores intermedios.

Veamos un ejemplo. Sea la función

$$f(x) = (x-3)^2 - 4, \quad x \in [0, 8]$$

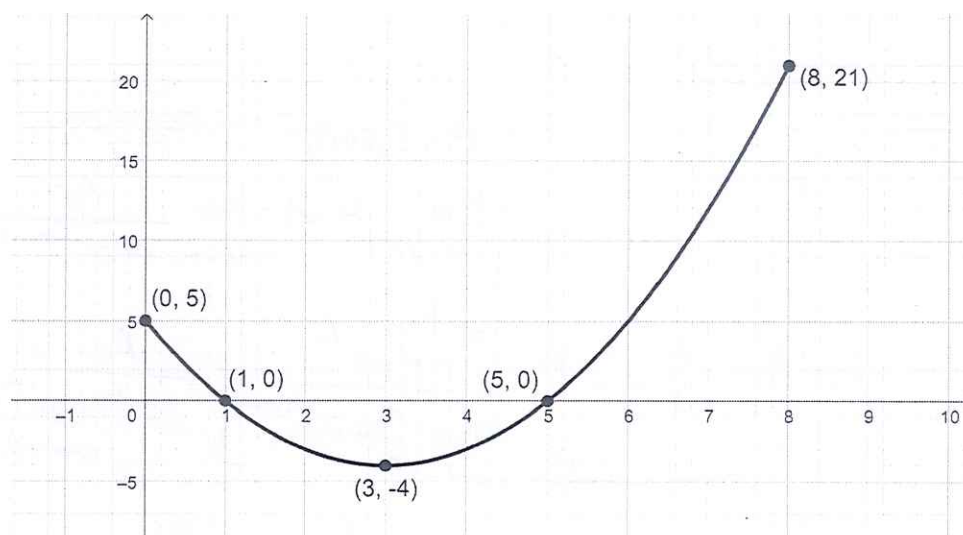


Figura 2: Gráfico de $f(x) = (x-3)^2 - 4$, $x \in [0, 8]$.

A partir de la Figura 2, lo que el TVI nos dice, por ejemplo, es que en $[3, 8]$ hay una raíz ¹. Esto es porque $y_c = f(c) = 0$ está entre $f(3) = -4$ y $f(8) = 21$.

Considera la función:

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 - 1 & -4 \leq x \leq 1 \\ x^2 + 1 & 1 < x \leq 4 \end{cases}$$

y muestra si hay o no una raíz en su dominio.

Para aplicar el TVI, debemos evaluar la continuidad en $x=1$:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} -x^2 - 1 = -1 - 1 = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} x^2 + 1 = 1 + 1 = 2$$

luego, hay una discontinuidad no evitable en $x=1$.

Analizamos por tramos:

$-4 \leq x \leq 1$	$1 < x \leq 4$
$f(-4) = -17$	$f(1) = 2$
$f(1) = -2$	$f(4) = 17$

no hay raíz no hay raíz

- 3.2. [2.0 puntos] Usa la definición de derivada

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

y muestra que

$$\frac{d}{dx} \sin(x) = \cos(x)$$

¹Es decir, cuando $f(x) = 0$

Sugerencia: En tu procedimiento, usa los resultados de los ítems 1.1 y 1.2.

Usando la definición:

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dx} \sin x &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin(x+h) - \sin x}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin x \cosh + \cos x \sinh - \sin x}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \left[\sin x \left(\frac{\cosh - 1}{h} \right) + \cos x \left(\frac{\sinh}{h} \right) \right] \\
 &= \sin x \cdot \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{\cosh - 1}{h} \right) + \cos x \cdot \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{\sinh}{h} \right) \\
 &= \sin x \cdot 0 + \cos x \cdot 1 = \cos x
 \end{aligned}$$

3.3. [2.0 puntos] Considera la función:

$$f(x) = -|x - 4| + 3$$

Usa la definición de derivada y calcula $f'(4)$.

$$\begin{aligned}
 \left. \frac{df}{dx} \right|_{x=4} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[-|4+h-4|+3] - [-|4-4|+3]}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-|h|}{h} \quad \text{calculamos mediante límites laterales} \\
 -|h| &= \begin{cases} h & ; h < 0 \\ -h & ; h > 0 \end{cases} \quad \text{entonces:} \\
 \left. \begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{-|h|}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{h}{h} = 1 \\ \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{-|h|}{h} &= \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{-h}{h} = -1 \end{aligned} \right\} \text{El límite no existe.} \\
 \Rightarrow \left. \frac{df}{dx} \right|_{x=4} &\text{ no existe o no puede ser determinado.}
 \end{aligned}$$

Parte II: Almuerzo

El almuerzo es la comida principal del día y suele aportar la mayor cantidad de energía y nutrientes. Es fundamental para mantener el rendimiento físico e intelectual durante el resto del día.

4. Recordemos que en la semana 3 vimos el caso de funciones exponenciales. En el ejercicio de calcular el interés compuesto para una cantidad inicial D_0 , en miles de soles, por ejemplo, a la que un banco le aplica una tasa anual k en x entregas (capitalizaciones) anuales, podía ser modelada por la función

$$D(t) = D_0 \left(1 + \frac{k}{x}\right)^{xt} \quad (2)$$

donde t se mide en años.

Consideremos $D_0 = 1$ (mil soles), $k = 1$ (100% de interés anual), $t = 1$ (luego de un año) y probemos ciertos valores de x (entregas):

x	anual	semestral	mensual	semanal	diario	por hora	por minuto
$D(1)$	2	2.52163	2.61304	2.6926	2.71457	2.71813	2.71828

La moraleja de este ejercicio fue:

Si depositaras, por ejemplo, mil soles en un banco, con interés compuesto anual del 100%, capitalizando cada vez más veces, tu dinero al final de un año acabará siendo multiplicado por un factor de 2.72 aproximadamente, no más.

Esto fue lo que Jacob Bernoulli hizo en el s. XVII para definir la constante, a la que Euler, en el s. XVIII llamó e :

$$e = 2.7182818284590452353602874713526624977572470937000\dots$$

En este ejercicio demostrarás, usando propiedades de logaritmos y límites que

$$\lim_{x \rightarrow \infty} D(t) = D_0 e^{kt}, \quad k > 0 \quad (3)$$

- 4.1. [0.5 puntos] Haz el cambio de variable $z = 1/w$ en el límite

$$L = \lim_{w \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{w}\right)^w$$

Luego, determina lo que representa $\bigcirc$, $\square$ y Δ en la siguiente expresión en términos de z :

$$L = \lim_{z \rightarrow \bigcirc} (1 + \square)^{\Delta}$$

$$\begin{aligned} L &= \lim_{w \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{w}\right)^w; \text{ si } z = \frac{1}{w}, w \rightarrow \infty \Rightarrow z \rightarrow 0 \\ L &= \lim_{z \rightarrow 0} \left(1 + z\right)^{\frac{1}{z}}; \quad \bigcirc = 0 \\ &\quad \square = z \\ &\quad \Delta = \frac{1}{z} \end{aligned}$$

- 4.2. [1.5 puntos] Luego de completar el ítem anterior, prueba que la expresión obtenida puede ser escrita como

$$L = \exp \left(\lim_{z \rightarrow 0} \Delta \ln(1 + \square) \right)$$

Sugerencia: Usa propiedades de exponenciales/logaritmos.

Como $L = \lim_{z \rightarrow 0} (1+z)^{1/z}$, entonces: $L = \lim_{z \rightarrow 0} \exp[\ln(1+z)^{1/z}]$ $L = \lim_{z \rightarrow 0} \exp[\frac{1}{z} \ln(1+z)]$	$L = \exp \left(\lim_{z \rightarrow 0} \frac{1}{z} \ln(1+z) \right)$ $\square = 0$ $\square = z$ $\Delta = \frac{1}{z}$
--	--

- 4.3. [1.0 puntos] Cuando $\square$ es una cantidad muy pequeña, como ocurrirá aquí, podemos aproximar

$$\ln(1 + \square) \approx \square$$

Usa esto para, finalmente encontrar el límite L .

Como $L = \exp \left[\lim_{z \rightarrow 0} \frac{1}{z} \ln(1+z) \right]$ Como $z \rightarrow 0$; entonces z es muy pequeño: $\Rightarrow L = \exp \left[\lim_{z \rightarrow 0} \frac{1}{z} \cdot z \right] = \exp \left[\lim_{z \rightarrow 0} \frac{z}{z} \right]$	$L = e^1 = e$
--	---------------------------------

- 4.4. [0.5 puntos] En la función dada en (2), haz el cambio de variable $w = x/k$ y reescribe la función $D(t)$ en términos de los parámetros w y k .

$D(t) = D_0 \left(1 + \frac{k}{x} \right)^{xt}$; haciendo el cambio $w = x/k \rightarrow k = \frac{x}{w}$ $D(t) = D_0 \left(1 + \frac{1}{w} \right)^{wkt}$

- 4.5. [0.5 puntos] Ya que x y w son proporcionales, el límite a calcular puede ser escrito como

$$\lim_{w \rightarrow \infty} D(t)$$

Con esto, escribe la expresión dentro del paréntesis

$$\lim_{w \rightarrow \infty} D(t) = D_0 \left(\quad \right)^{kt}$$

$$\lim_{w \rightarrow \infty} D(t) = \lim_{w \rightarrow \infty} D_0 \left(1 + \frac{1}{w}\right)^{wkt} = D_0 \left[\lim_{w \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{w}\right)^w \right]^{kt}$$

4.6. [1.0 puntos] Calcula el límite

$$\lim_{x \rightarrow \infty} D(t)$$

Sabemos que:

- $\lim_{w \rightarrow \infty} D(t) = D_0 \left[\lim_{w \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{w}\right)^w \right]^{kt}$
- $\lim_{w \rightarrow \infty} D(t) = D_0 e^{kt}$

5. En un ejercicio mecánico, un grupo de estudiantes de UTEC prueba un cohete controlado. Un estudiante prueba el control del cohete y empieza a tomar datos cuando este va con velocidad constante; luego, a los 4 minutos de ascenso, activa los propulsores y acelera el cohete hacia arriba. Al llegar a su punto más alto, manipula el cohete para que descienda hasta la posición en la que aplicó los propulsores, luego de 10 minutos. En ese instante, por una falla en el mecanismo, el cohete explota. El gráfico de posición vertical en el tiempo puede ser visto en la Figura 3 abajo:

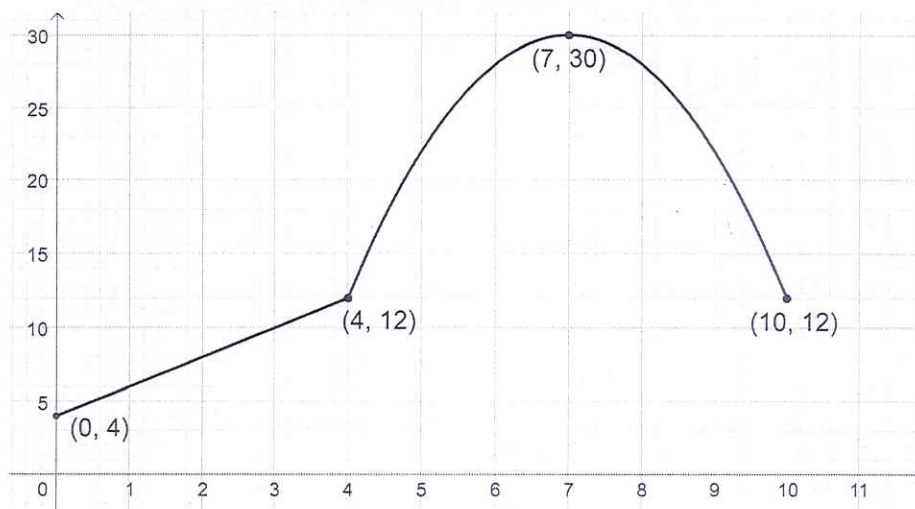


Figura 3: Gráfico de la función posición vertical en el tiempo del cohete controlado.

- 5.1. [0.5 puntos] Escribe la función $y(t)$ por tramos que modela el recorrido vertical del mecanismo. Analiza su continuidad en el instante en que acelera.

La función está dividida en dos tramos:

- $t \in [0; 4]$ es una función lineal

$$m = \frac{12-4}{4-0} = \frac{8}{4} = 2$$

$$b = 4 - m \cdot 0 = 4 \text{ (según gráfica)}$$

$$\boxed{y = 2t + 4}$$

- $t \in (4; 10]$ es una función cuadrática:

Vértice: $(7; 30)$

$$\Rightarrow y = a(t-7)^2 + 30$$

$$y = a(4-7)^2 + 30 = 12$$

$$\begin{cases} a = \frac{12-30}{9} \\ a = -\frac{18}{9} \\ a = -2 \end{cases}$$

$$y(t) = \begin{cases} 2t+4 & 0 \leq t \leq 4 \\ -2(t-7)^2+30 & 4 < t \leq 10 \end{cases}$$

5.2. [1.5 puntos] La velocidad vertical está dada por

$$v_y(t) = \frac{dy}{dt}$$

Usa la definición de derivada y escribe la función $v_y(t)$ del cohete.

Como $y(t) = \begin{cases} 2t+4 & 0 \leq t \leq 4 \\ -2(t-7)^2+30 & 4 < t \leq 10 \end{cases}$

Analizamos por tramos:

- $t \in [0; 4]$

$$\frac{dy}{dt} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2(t+h)+4 - (2t+4)}{h}$$

$$\frac{dy}{dt} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2h}{h} = 2$$

- $t \in (4; 10]$

$$\frac{dy}{dt} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[-2(t+h-7)^2+30] - [-2(t-7)^2+30]}{h}$$

$$\frac{dy}{dt} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-2[t^2+h^2+49+2th-14h-14t-t^2+14t-49]}{h}$$

$$\frac{dy}{dt} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-2[h^2+2th-14h]}{h}$$

$$\frac{dy}{dt} = \lim_{h \rightarrow 0} -2[h+2t-14]$$

$$\frac{dy}{dt} = -2(2t-14) = -4t+28$$

No existe $\frac{dy}{dt} \Big|_{t=4}$ ya que: $\frac{dy}{dt} \Big|_{t=4^-} \neq \frac{dy}{dt} \Big|_{t=4^+}$

$$\Rightarrow v_y(t) = \begin{cases} 2 & 0 \leq t < 4 \\ -4t+28 & 4 < t \leq 10 \end{cases}$$

5.3. [1.0 puntos] ¿Es posible saber la velocidad del cohete en el instante en que enciende los propulsores? Explica detalladamente mediante argumentos matemáticos.

Trabajen en equipo.

No es posible saber la velocidad en $t=4$, ya que la derivada no se encuentra definida en ese valor de t :

$$\bullet \frac{dy}{dt} \Big|_{t=4^-} = 2$$

$$\bullet \text{Como } \frac{dy}{dt} \Big|_{t=4^-} \neq \frac{dy}{dt} \Big|_{t=4^+}$$

$$\bullet \frac{dy}{dt} \Big|_{t=4^+} = -4(4) + 28 = 28 - 16 = 12$$

Parte III: Cena (Bonus)

La cena es una comida opcional, pero en muchos casos necesaria para recuperar energía tras un día intenso. Puede ayudar a conciliar el sueño si es ligera y bien equilibrada. Saltarla no siempre es perjudicial, pero dependerá del estilo de vida y necesidades de cada persona.

6. [1.0 puntos] Sea

$$f(x) = \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + 4x + 3}$$

Calcula $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$. Analiza, además, la continuidad de $f(x)$ en $x = -1$.

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + 4x + 3} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+2)(x+1)}{(x+3)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+2}{x+3} = \frac{(-1)+2}{(-1)+3} = \frac{1}{2}$$

Evaluando $f(-1)$:

$$f(-1) = \frac{(-1)^2 + 3(-1) + 2}{(-1)^2 + 4(-1) + 3} = \frac{1 - 3 + 2}{1 - 4 + 3} = \frac{0}{0}; \text{ no existe.}$$

El límite de $f(x)$ en $x \rightarrow -1$ existe, pero no existe $f(-1)$. Por tanto, la función es discontinua de manera evitable.

7. [1.0 puntos] Sea

$$f(x) = -2(x-7)^2 + 30, \quad x \in [4, 10]$$

Calcula la tasa promedio de $f(x)$ en su dominio.

$$\begin{aligned} \text{Tasa Promedio} &= \frac{f(10) - f(4)}{10 - 4} = \frac{[30 - 2(10-7)^2] - [30 - 2(4-7)^2]}{6} \\ &= \frac{-2 \cdot 9 + 2 \cdot 9}{6} = 0 \end{aligned}$$

8. [1.0 puntos] Usa la definición de derivada y calcula $f'(x)$ para la función de la pregunta anterior. ¿Para qué valor de x la tasa instantánea es igual a la tasa promedio?

$$\begin{aligned} \frac{df}{dx} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[30 - 2(x+h-7)^2] - [30 - 2(x-7)^2]}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-2(x+h-7)^2 + 2(x-7)^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-2[(x^2 + h^2 + 49 + 2xh - 14x - 14h) - (x^2 - 14x + 49)]}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-2(h^2 + 2xh - 14h)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} -2h - 4x + 28 = -4x + 28 = -4(x-7) \end{aligned}$$

$\left. \frac{df}{dx} \right|_{x_0} = \text{Tasa Promedio cuando: } -4(x_0-7)=0$
 $\boxed{x_0 = 7}$

