

Cálculo de una variable

EVALUACIÓN EN AULA 2 (EA2)

Apellidos: _____ Nombres: _____
 Sección: _____ Duración: 25 minutos

1) Sea la función $f(x) = \begin{cases} \frac{2x+1}{x+2e^{x-4}} & x < 4 \\ 1 & x = 4 \\ 3mx + 2 & x > 4 \end{cases}$

a) (4 puntos) Calcule el valor de m para que se cumpla la existencia del límite de $f(x)$ cuando $x \rightarrow 4$.

Para que el límite exista, se debe cumplir: $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x)$ $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{2x+1}{x+2e^{x-4}} = \frac{2 \cdot 4 + 1}{4 + 2e^{4-4}} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$ $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^+} 3mx + 2 = 12m + 2$	Luego: $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x)$ $\frac{3}{2} = 12m + 2$ $m = \frac{\left(\frac{3}{2} - 2\right)}{12} = -\frac{1}{24}$
---	---

b) (2 puntos) ¿La función anterior es continua en $x=4$? Justifique su respuesta

• Para que sea continua, se debe cumplir: $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = f(4)$ Como elegimos un valor adecuado de m, entonces: $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = \frac{3}{2}$	Luego: $f(4) = 1$, entonces: $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) \neq f(4)$ ∴ $f(x)$ no es continua en $x=4$
---	--

2) (4 puntos) Aplique la definición de derivada, es decir, $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$, para obtener la derivada de $f(x) = \frac{1}{x+1}$

$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{x+h+1} - \frac{1}{x+1}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{x+1 - x-h-1}{(x+h+1)(x+1)}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-h}{h(x+h+1)(x+1)}$ $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} -\frac{1}{(x+h+1)(x+1)} = -\frac{1}{(x+1)^2}$
--

3) Dada las funciones, obtenga el valor de la derivada pedido.

a) (5 puntos) $f(x) = \frac{ax^6+b}{\sqrt{a^2+b^2}}$. Calcular $f'(\sqrt[5]{b})$

$$\frac{df}{dx} = \frac{\frac{d}{dx}[ax^6+b]}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{6ax^5}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$\left. \frac{df}{dx} \right|_{x=\sqrt[5]{b}} = \frac{6a(\sqrt[5]{b})^5}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

b) (5 puntos) $g(x) = \frac{2\ln(3x+1)-x}{3x+1}$. Calcular $g'(1)$

$$\frac{dg}{dx} = \frac{\frac{d}{dx}[2\ln(3x+1)-x] \cdot (3x+1) - \frac{d}{dx}(3x+1) \cdot [2\ln(3x+1)-x]}{(3x+1)^2}$$

$$\frac{dg}{dx} = \frac{\left[2 \cdot \frac{\frac{d}{dx}[3x+1]}{(3x+1)} - 2 \right] \cdot (3x+1) - 3 \cdot [2\ln(3x+1)-x]}{(3x+1)^2}$$

$$\frac{dg}{dx} = \frac{\left[\frac{6}{3x+1} - 2 \right] \cdot (3x+1) - 6\ln(3x+1) + 3x}{(3x+1)^2} = \frac{6-6x-6-6\ln(3x+1)+3x}{(3x+1)^2}$$

$$\frac{dg}{dx} = -\frac{3(2\ln(3x+1)+x)}{(3x+1)^2}$$

$$\left. \frac{dg}{dx} \right|_{x=1} = -\frac{3[2\ln(3+1)+1]}{16} = -\frac{3+6\ln 4}{16}$$